

## Chapitre 3

---

# Algèbre relationnelle

# Algèbre relationnelle

---

- Les opérandes sont les relations ou variables (qui représentent des relations)
- Les opérateurs sont conçus afin de répondre aux besoins des utilisateurs
- Le résultat est une algèbre qui peut être utilisé comme langage de requêtes

# Opérateurs de base

---

- Union, intersection, et la différence.
  - Des opérations ensemblistes qui imposent que les opérandes aient le même schéma.
- Sélection: garder certains n-uplets.
- Projection: garder certaines colonnes.
- Produits et jointure.
- Re-nomage des relations et attributs.

# L'algèbre relationnelle

## Opérateurs unaires

---

- Affectation : opération qui consiste à transférer des tuples d'une table dans une autre table. Cette opération est notée  $\leftarrow$
- Restriction : Opération qui consiste à supprimer les tuples d'une relation ne satisfaisant pas la condition précisée. Cette opération est notée  $\sigma$
- Projection : Opération qui consiste à supprimer des attributs d'une relation et à éliminer les tuples en double apparaissant dans la nouvelle relation. Cette opération est notée  $\pi$ .

# L'algèbre relationnelle

## L'affectation

L'affectation permet de sauvegarder le résultat d'une expression de recherche ou bien de renommer une relation et ses attributs.

Notation :  $\leftarrow$

Représentation graphique :  $\uparrow$

Exemple :

R	A	B	C
	a	d	1
	b	e	2
	c	f	3

$S(D,E,F) \leftarrow R$  donne :

S	D	E	F
	a	d	1
	b	e	2
	c	f	3

# L'algèbre relationnelle

## La restriction (1)

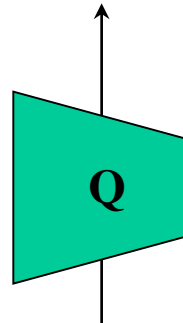
La restriction (ou sélection) d'une relation  $R$  par une qualification  $Q$  est une relation  $R'$  de même schéma dont les tuples sont ceux de  $R$  qui satisfont à la qualification.

$Q$  peut s'exprimer à l'aide de constante, d'attributs, de comparateurs ( $>$ ,  $>=$ ,  $<$ ,  $<=$ ,  $=$ ,  $<>$ ) et d'opérateurs logiques ( $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ )

Notation :  $\sigma_Q(R)$  ou `select  $Q$  ( $R$ )`

$\neg$   $\wedge$   $\vee$

Représentation graphique :



$R$

# L'algèbre relationnelle

## La restriction (2)

<b>R</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	a b c	d e f	1 2 3

<b>Select</b> $C < 4$ et $A \neq 'a'$	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
<b>(R)</b>	b c	e f	2 3

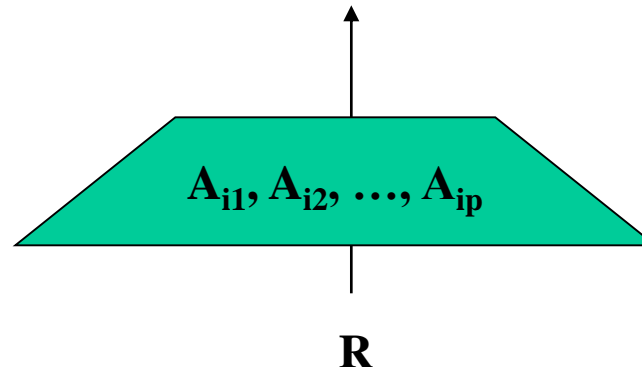
# L'algèbre relationnelle

## La projection (1)

**La projection d'une relation  $R$  de schéma  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  sur les attributs  $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_p}$  avec avec  $i_j \neq i_k$  et  $p \leq n$  est une relation  $R'(A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_p})$  dont Les tuples sont obtenus par élimination des attributs de  $R$  n'appartenant pas à  $R'$  et par suppression des doublons**

**Notation :  $\pi_{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_p}}(R)$  ou  $\text{proj}_{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_p}}(R)$**

**Représentation graphique :**





# L'algèbre relationnelle

## La projection (2)

**Exemple :**

<b>R</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>	<b>1</b>
	<b>b</b>	<b>e</b>	<b>2</b>
	<b>c</b>	<b>f</b>	<b>3</b>

<b>proj<sub>A,B</sub>(R)</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>
	<b>b</b>	<b>e</b>
	<b>c</b>	<b>f</b>

<b>proj<sub>A</sub>(R)</b>	<b>A</b>
	<b>a</b>
	<b>b</b>
	<b>c</b>

# L'algèbre relationnelle

## Opérateurs binaires ayant le même schéma

---

- Union : opération portant sur deux relations ayant le même schéma et construisant une troisième relation constituée des tuples appartenant à chaque relation. Les tuples en double sont éliminer
- Intersection : Opération portant sur deux relations ayant le même schéma et construisant une troisième relation dont les tuples sont constitués de ceux appartenant au deux relations
- Différence relationnelle : Opération portant sur deux relations ayant le même schéma et construisant une troisième relation dont les tuples sont constitués de ceux ne se trouvant que dans une seule relation

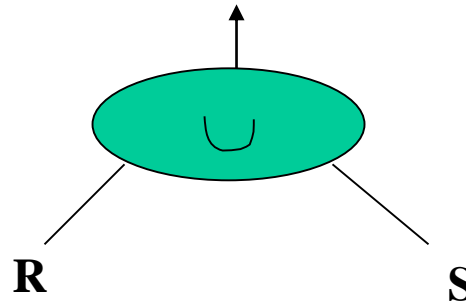
# L'algèbre relationnelle

## L'union (1)

**L'union de deux relations R et S de même schéma est une relation T de même schéma contenant l'ensemble des tuples appartenant à R, à S ou aux deux.**

**Notation :  $R \cup S$  ou union (R, S)**

**Représentation graphique :**



# L'algèbre relationnelle

## L'union (2)

R	A	B	C
	a	d	1
	b	e	2
	c	f	3

T	A	B	C
	a	d	1
	s	e	4
	c	d	3

Union (R,T)	A	B	C
	a	d	1
	b	e	2
	c	f	3
	s	e	4
	c	d	3

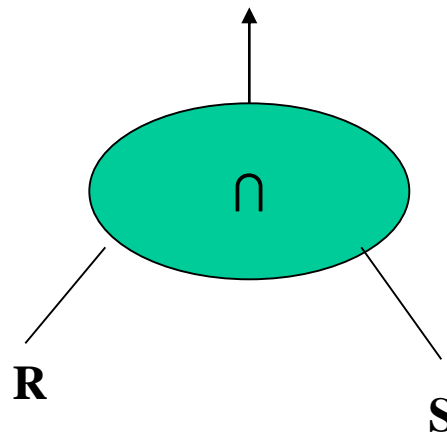
# L'algèbre relationnelle

## L'intersection(1)

L'intersection de deux relations R et S de même schéma est une relation T de même schéma contenant l'ensemble des tuples appartenant à la fois à R et à S.

Notation :  $R \cap S$  ou  $\text{inter}(R,S)$

Représentation graphique :



# L'algèbre relationnelle

## L'intersection(2)

<b>R</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>	<b>1</b>
	<b>b</b>	<b>e</b>	<b>2</b>
	<b>c</b>	<b>f</b>	<b>3</b>

<b>T</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>	<b>1</b>
	<b>s</b>	<b>e</b>	<b>4</b>
	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>3</b>

<b>Inter (R,T)</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>	<b>1</b>

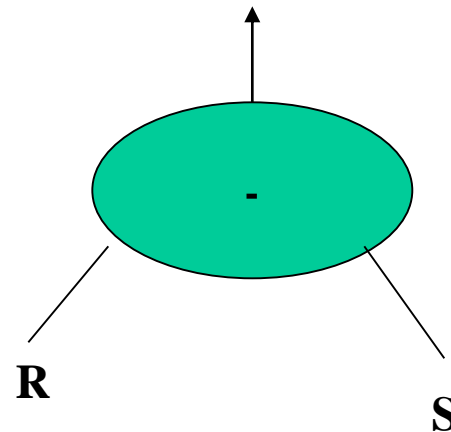
# L'algèbre relationnelle

## La différence (1)

**La différence entre deux relations  $R$  et  $S$  de même schéma est une relation  $T$  de même schéma contenant l'ensemble des tuples appartenant à  $R$  et n'appartenant pas à  $S$ .**

**Notation :  $R - S$  ou minus ( $R, S$ )**

**Représentation graphique :**



# L'algèbre relationnelle

## La différence (2)

<b>R</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>	<b>1</b>
	<b>b</b>	<b>e</b>	<b>2</b>
	<b>c</b>	<b>f</b>	<b>3</b>

<b>T</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>a</b>	<b>d</b>	<b>1</b>
	<b>s</b>	<b>e</b>	<b>4</b>
	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>3</b>

<b>R - T</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
	<b>b</b>	<b>e</b>	<b>2</b>
	<b>c</b>	<b>f</b>	<b>3</b>



# L'algèbre relationnelle

## Opérateurs binaires ayant un schéma différent

---

- Le produit cartésien : opération sur deux relations de schéma différents construisant une troisième relation constituée des attributs appartenant à chaque relation et dont les tuples sont constitués de toutes les concaténations des tuples des deux relations.
- La jointure : opération qui consiste à faire le produit cartésien de deux relations, puis à supprimer les tuples ne satisfaisant pas une condition portant sur un attribut de la première relation et sur un attribut de la seconde.
- La division : opération sur deux relations de schéma différents construisant une troisième relation constituée de tous les tuples qui concaténés à chaque tuple de la deuxième relation, donnent toujours un tuple de la première relation.

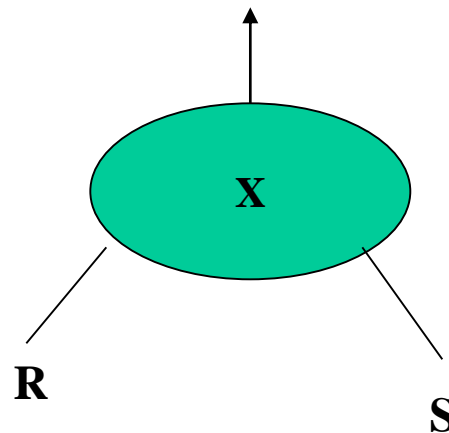
# L'algèbre relationnelle

## Le produit cartésien (1)

**Le produit cartésien de deux relations R et S de schémas quelconques est une relation T ayant pour attributs la concaténation des attributs de R et de S et dont les tuples sont constitués de toutes les concaténations d'un tuple de R à un tuple de S.**

**Notation :  $R \times S$  ou  $\text{product}(R,S)$**

**Représentation graphique :**



# L'algèbre relationnelle

## Le produit cartésien (2)

R	A	B	C
	a	d	1
	b	e	2
	c	f	3

S	D	E
	a	d
	b	e

R x S	A	B	C	D	E
	a	d	1	a	d
	a	d	1	b	e
	a	e	2	a	d
	a	e	2	b	e
	b	f	3	a	d
	b	f	3	b	e
	c	f	3	a	d
	c	f	3	b	e

# L'algèbre relationnelle

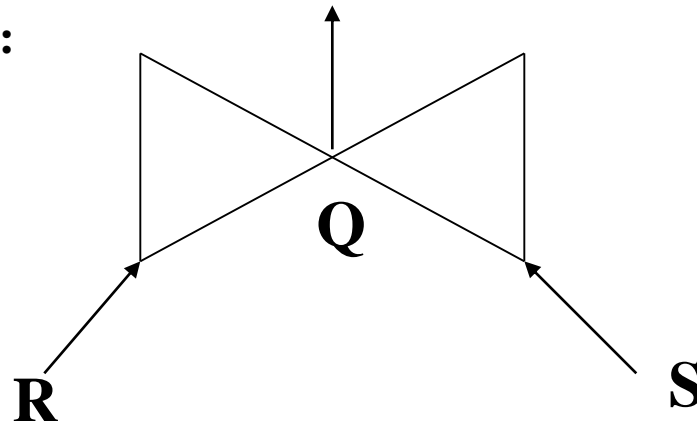
## La $\theta$ jointure (1)

La  $\theta$  jointure de deux relations  $R$  et  $S$  selon une qualification  $Q$  est l'ensemble des Tuples du produit cartésien  $R$  qui satisfont à la qualification  $Q$ . Il s'agit donc de la Restriction selon  $Q$  de  $R \times S$ , c'est à dire  $\sigma_Q (R \times S)$

Notation :  $R$

$\bowtie_Q$   $S$  ou joint  $_Q (R,S)$

Représentation graphique :



# L'algèbre relationnelle

## La $\theta$ jointure (2)

R	A	B	C
	a	d	b
	b	e	g
	c	f	c

S	D	E
	f	d
	b	e

$R \bowtie_{B < D \text{ et } A \neq C} S$	A	B	C	D	E
	a	d	b	f	d
	b	e	g	f	d

# L'algèbre relationnelle

## L'équi-jointure

L'équi-jointure de deux relations R et S est une  $\theta$  jointure avec pour qualification Q l'égalité entre deux colonnes, c'est-à-dire R

$\bowtie_{A_i = B_j}$  S avec  $A_i$  et  $B_j$ , deux

attributs de R et de S respectivement

R	A	B	C
	a	d	d
	b	e	g
	c	f	c

S	D	E
	d	f
	b	e

R $\bowtie_{B=D}$ S	A	B	C	D	E
	a	d	d	d	f

# L'algèbre relationnelle

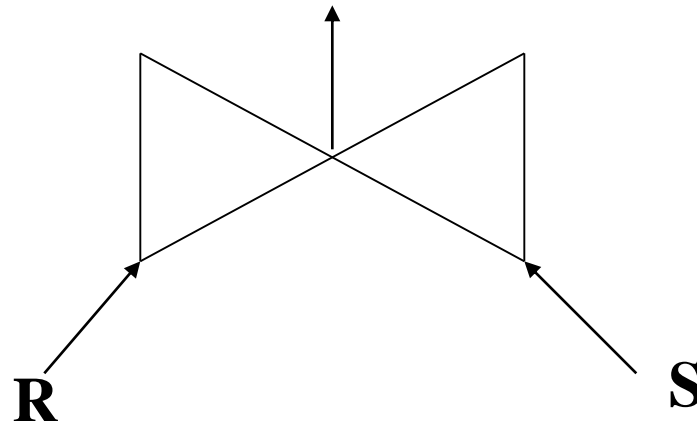
## La jointure naturelle (1)

La jointure naturelle de deux relations **R** et **S** est une équi-jointure sur tous les attributs de même nom dans **R** et dans **S**, suivie de la projection qui permet de ne conserver qu'un seul des cas attributs égaux de même nom.

Notation : **R**

⋈ **S** ou joint (**R,S**)

Représentation graphique :



# L'algèbre relationnelle

## La jointure naturelle (2)

R	A	B	C
	a	d	s
	b	e	g
	c	f	c

S	A	B	D
	a	d	d
	a	d	g
	c	f	c

R $\bowtie$ S	A	B	C	D
	a	d	s	d
	a	d	s	g
	c	f	c	c



# Problèmes liés à la jointure (1)

La jointure n'inclut les tuples que s'il y a égalité entre deux colonnes

Exemple : on désire la liste de tous les départements de l'entreprise avec les employés Associés.

Dpt	Did	Dnom	Dville
	D1	Achats	Amiens
	D2	Recherche	Boves
	D3	Ventes	Ailly
	D4	Informatique	Dreuil

Emp	Eid	Enom	Epren	Did
	E10	Black	John	D3
	E20	White	Bob	D3
	E30	Léger	Ferdinand	D2
	E40	Flam	Captain	D3
	E50	Albator	Roger	D1
	E60	DreamBox	René	D1

# Problèmes liés à la jointure (2)

<b>Dpt</b> ⋈ <b>Emp</b>	<b>Did</b>	<b>Dnom</b>	<b>Dville</b>	<b>Eid</b>	<b>Enom</b>	<b>Epren</b>
	<b>D1</b>	<b>Achats</b>	<b>Amiens</b>	<b>E50</b>	<b>Albator</b>	<b>Roger</b>
	<b>D1</b>	<b>Achats</b>	<b>Amiens</b>	<b>E60</b>	<b>Dreambox</b>	<b>René</b>
	<b>D2</b>	<b>Recherche</b>	<b>Boves</b>	<b>E30</b>	<b>Léger</b>	<b>Ferdinand</b>
	<b>D3</b>	<b>Ventes</b>	<b>Ailly</b>	<b>E10</b>	<b>Black</b>	<b>John</b>
	<b>D3</b>	<b>Ventes</b>	<b>Ailly</b>	<b>E40</b>	<b>Flam</b>	<b>Captain</b>
	<b>D3</b>	<b>Ventes</b>	<b>Ailly</b>	<b>E20</b>	<b>White</b>	<b>Bob</b>

**Remarque : il nous manque le département informatique !!!**

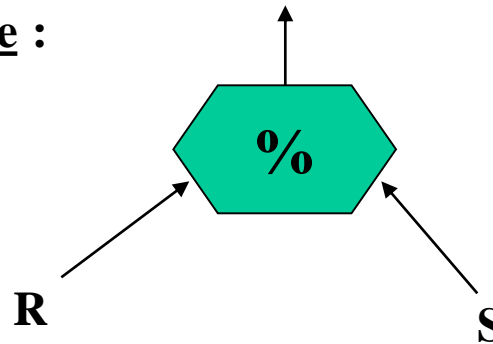
# L'algèbre relationnelle

## La division (1)

La division (ou quotient) de la relation  $R (A_1, A_2, \dots, A_n)$  par la (sous-)relation  $S$  de schéma  $S(A_{p+1}, \dots, A_n)$  est la relation de schéma  $T (A_1, A_2, \dots, A_p)$  formée de Tous les tuples qui, concaténés à chaque tuple de  $S$ , donnent toujours un tuple de  $R$ .

Notation :  $R / S$  ou  $\text{div}(R,S)$

Représentation graphique :



# L'algèbre relationnelle

## La division (2)

<b>R</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	a	b	c	d
	a	b	e	f
	b	c	e	f
	e	d	c	d
	e	d	e	f
	a	b	d	e

<b>S</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	c	d
	e	f

<b>R / S</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
	a	b
	e	d

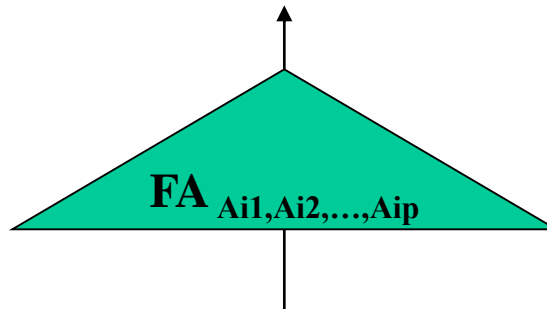
# Agrégats

**Un agrégat est un partitionnement horizontal d'une relation selon des valeurs d'attributs, suivi d'un regroupement par une fonction de calcul**

**Notation : Fonction\_d'Agrégat  $_{A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{ip}}$  (R)**

**Par exemple : Compte  $_{A,B,C}$  (R)**

**Représentation graphique :**



**R**

# Agrégats : Exemple

R	A	B	C
	a	b	10
	d	a	15
	c	b	5
	b	g	8

Compte (R)	Compte
	4

Moyenne (R, C)	Moyenne
	9,5

Compte <sub>B</sub> (R, C)	B	Compte
	b	2
	a	1
	g	1

Somme <sub>B</sub> (R, C)	B	Somme
	b	15
	a	15
	g	8

# Expressions de l'algèbre relationnelle(1)

---

Les opérations algébriques peuvent être combinées pour former des expressions de l'algèbre relationnelle. Il sera donc possible de composer la plupart des questions que l'on peut poser à une base de données relationnelle. Ainsi, ces questions peuvent être exprimées à l'aide de successions des opérations UNION, DIFFERENCE, JOINTURE, SELECTION, PROJECTION. La représentation graphique de ces opérations permet de composer des arbres d'opérations relationnelles.

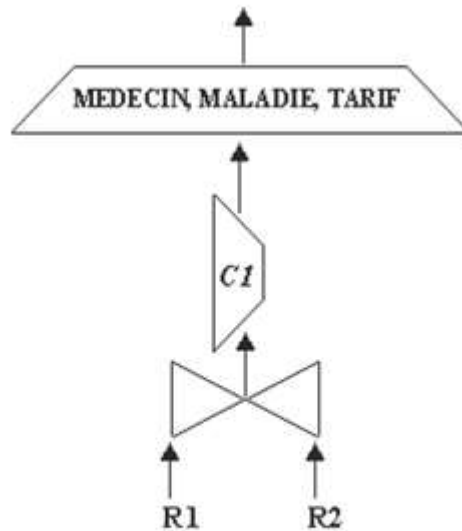
## Expressions de l'algèbre relationnelle(2)

**Exemple :** soit la base de données composée des relations suivantes :

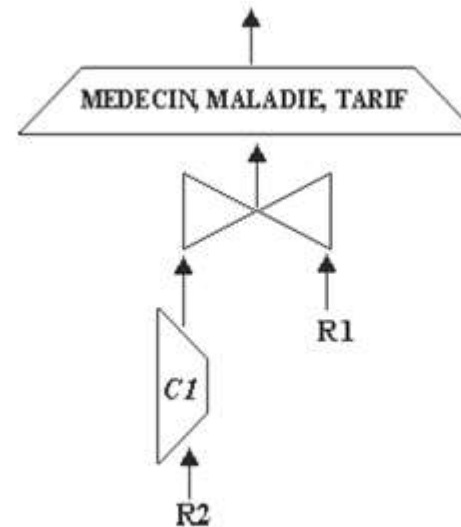
- **R1**(MEDECIN , MALADIE , TARIF)
- **R2**(NUMERO , MALADE , MALADIE)
- La relation R1 représente les maladies qui peuvent être examinées par un médecin et le tarif de la consultation chez ce médecin pour chaque maladie.
- La relation R2 représente les maladies pour lesquelles un malade souhaite être examiné.
- La réponse à la question suivante : "Quels sont les noms des médecins pouvant examiner le malade "Adel" et les prix de leurs consultations ainsi que les maladies à examiner " peut être exprimée à l'aide de l'un des deux arbres suivants



# Expressions de l'algèbre relationnelle(3)



(a)



(b)

## Expressions de l'algèbre relationnelle(4)

- La condition **C1** est : Malade = "Adel"
- Un arbre d'opérations s'interprète de bas en haut. Les expressions algébriques correspondant chacun des deux arbres précédents sont respectivement :
- a) **PROJECT** médecin, maladie, tarif (**SELECT** malade = "Adel" (JOIN (R1, R2)))
- b) **PROJECT** médecin, maladie, tarif (**JOIN** (**SELECT** malade = "Adel" (R2), R1))
- (b) est plus efficace que (a) puisque on applique d'abord le **SELECT** sur R2 qui donnera une relation intermédiaire contenant uniquement les tuples relatifs au malade "Adel" (c.a.d. 2) et qu'on utilisera pour calculer le **JOIN** avec R1.