

تابع ثالثاً: القيمة الحالية

2- القيمة الحالية لعدة مبالغ: قد يقترض شخص عدة مبالغ ويسددها في تواريخ سابقة لتواريخ استحقاقها، ففي هذه الحالة فإن مجموع ما يدفعه في تواريخ السداد تسمى القيمة الحالية، هذه الأخيرة التي تساوي مجموع القيم الحالية لكل مبلغ على حدى.

فإذ كانت المبالغ (القيم الاسمية) التالية:

$$VN1, VN2, VN3, \dots, VNn$$

فإن القيمة الحالية لها هي:

$$VA = VA1 + VA2 + VA3 + \dots + VAn$$

أو:

$$VA = (VN1 - E1) + (VN2 - E2) + (VN3 - E3) + \dots + (VNn - En)$$

$$VA = (VN1 + VN2 + VN3 + \dots + VNn) - (E1 + E2 + E3 + \dots + En)$$

$$VA = \sum_{i=1}^n VNn - \sum_{i=1}^n En$$

مثال: شخص مدين بالمبالغ التالية:

5000 دج تستحق السداد بعد سنة

4000 دج تستحق السداد بعد 120 يوم

10000 دج تستحق السداد بعد 4 أشهر

فإذ كان معدل الخصم 10 %

- ما هي القيمة الحالية لهذه المبالغ؟.

الحل:

الطريقة 1:

$$VA = VA1 + VA2 + VA3$$

$$VA = 5000 \left(1 - 0.1 * 1\right) + 4000 \left(1 - 0.1 * \frac{120}{360}\right) + 10000 \left(1 - 0.1 * \frac{4}{12}\right)$$

$$VA = 4500 + 3866.66 + 9666.66 = 18033.33 \text{ DA}$$

الطريقة 2:

$$VA = \sum_{i=1}^n VN_n - \sum_{i=1}^n En$$

$$\sum_{i=1}^n VN_n = 5000 + 4000 + 10000 = 19000 \text{ DA}$$

$$\sum_{i=1}^n En = (5000 * 0.1 * 1) + \left(4000 * 0.1 * \frac{120}{360}\right) + \left(10000 * 0.1 * \frac{4}{12}\right)$$

$$= 966.66 \text{ DA}$$

$$VA = 19000 - 966.66 = \boxed{18033.33 \text{ DA}}$$

3- القيمة الحالية للدفعات: وكما هو الحال في جملة الدفعات فإن المدين يمكنه تسديد دينه بدفع مبالغ أو أقساط متساوية، والقيمة الحالية للدفعات حالة خاصة من القيمة الحالية لعدة مبالغ، لكن تختلف عنها في:

- مبالغ الدفعة متساوية.
- معدل الخصم البسيط المطبق ثابت.
- المدة الفاصلة بين دفعة وأخرى ثابتة أو متساوية (خصم المبالغ يكون على فترات متساوية

لدينا:

$$VA = \sum_{i=1}^n VN_n - \sum_{i=1}^n En$$

بما أن:

$$VN_1 = VN_2 = VN_3 = \dots = VN_n$$

فإن:

$$\sum_{i=1}^n VN_n = nVN$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{En} = E_1 + E_2 + E_2 + \dots + E_n$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{En} = (VN_1 * i * n_1) + (VN_2 * i * n_2) + (VN_3 * i * n_3) + \dots + (VN_n * i * n_n)$$

$$\sum_{i=1}^n E_n = VN * i(n1 + n2 + n3 + \dots + nn)$$

بما أن ما بداخل القوس يشكل متتالية حسابية فإن:

$$\sum_{i=1}^n E_n = \frac{n}{2} * VN * i(n1 + nn)$$

$$VA = nVN - \frac{n}{2} * VN * i(n1 + nn)$$

حيث:

n = عدد الدفعات.

VN = مبلغ الدفعة الواحدة.

i = معدل الخصم.

$n1$ = المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ استحقاق الدفعة الأولى وتاريخ حساب القيمة الحالية.

nn = المدة الزمنية الفاصلة بين تاريخ استحقاق الدفعة الأخيرة وتاريخ حساب القيمة الحالية.

مثال 1: لشخص دين يسدد على 6 أقساط شهرية متساوية قيمة كل منها 7000 دج يستحق القسط الأول في $n/5/1$ أراد تسديده بتاريخ $n/1/1$ ، فإذا كان معدل الخصم هو 6% .

- حساب ما يدفعه هذا الشخص في تاريخ السداد.

الحل:

$n = 6$ دفعات أو أقساط

$VN = 7000$ دج

$i = 6\%$

$n1 = 5/1$ من $n/1/1$ إلى $n/1/1 = 4$ أشهر.

$nn =$ الملاحظ أن الأقساط تدفع في بداية المدة أي بداية كل شهر ، إذن القسط الأخير يدفع في $n/10/1$ والمدة الفاصلة بين تاريخ استحقاق القسط الأخير $n/10/1$ و تاريخ حساب القيمة الحالية $n/1/1$ هو 9 أشهر.

- حساب القيمة الحالية:

$$VA = nVN - \frac{n}{2} * VN * i(n1 + nn)$$

$$VA = 6 * 7000 - \frac{6}{2} * 7000 * 0.06 \left(\frac{4}{12} + \frac{9}{12} \right)$$

$$VA = 42000 - 1365 = 40635 \text{ DA}$$

مثال 2: افترض شخص مبلغ 300000 دج تسدد على 13 دفعة شهرية متساوية يكون أولها بعد 6 أشهر من تاريخ الاقتراض، فإذا كان معدل الخصم 8% - أحسب مبلغ الدفعة الواحدة.

الحل:

$$13 = n \text{ دفعة}$$

$$? = VN$$

$$8\% = i$$

$$6 = n1 \text{ أشهر.}$$

$nn =$ الدفعات شهرية، الأولى منها بعد 6 أشهر إذن الأخيرة تكون بعد 6 أشهر + 12 شهر (12 دفعة شهرية) = مدة الدفعة الأخيرة تساوي 18 شهر.

$$VA = 300000 \text{ دج}$$

- حساب مبلغ الدفعة الواحدة:

$$VA = nVN - \frac{n}{2} * VN * i(n1 + nn)$$

$$300000 = 13 * VN - \frac{13}{2} * VN * 0.08 \left(\frac{6}{12} + \frac{18}{12} \right)$$

$$300000 = 13VN - 1.04VN$$

$$300000 = 11.96VN$$

$$VN = 300000/11.96 = \boxed{25083.61 \text{ DA}}$$