$$= \frac{R^2/k-1}{(1-R^2)/n-k} \text{ ⌐└ } F(k\text{-}1)\ ,\ (n\text{-}k)$$

الاختبار الإجمالي لمعنوية الانحدار:

الانحدار الإجمالي للانحدار يمكن تقييمه بفضل التباين المفسر إلى التباين غير المفسر. هذا الأخير يخضع لقانون توزيع فيشر snedecor-fisher بـ k-1 و n-k درجات حرية حيث:-

n : عدد المشاهدات.

F : عدد المعلمات المقدرة.

عند Fc>Ft وفقا لمستوى المعنوية المعطى و طبقا لدرجات الحرية k-1 و n-k .

لتوضيح ما ورد من المعلومات النظرية لنعتبر البيانات الواردة في الجدول التالي:

السنة	Y	X_2	X_3
1971	40	9	400
1972	45	8	500
1973	50	9	600
1974	55	8	700
1975	60	7	800
1976	70	6	900
1977	65	6	1000
1978	65	8	1100
1979	75	5	1200
1980	75	5	1300
1981	80	5	1400
1982	100	3	1500
1983	90	4	1600
1984	95	3	1700
1985	85	4	1800
$\sum$	1050	90	16500

حيث Y: الكمية المطلوبة من سلعة ما

X_2: سعر السلعة المطلوبة

X_3 : الدخل الإجمالي للمستهلك

* و كما هو معروف فان سعر السلعة X_2 يؤثر على Y بشكل علاقة عكسية.

* في حين X_3 دخل المستهلك له اثر ايجابي على Y بشكل علاقة طردية (سلعة جيدة).

الحل:

لهذا الغرض لدينا:

$$Y=\beta_1+\beta_2X_2+\beta_3X_3$$

في هذه الحالة β_2 تكون سالبة و β_3 قد تكون موجبة.

و منه:

$n=15$

$\sum Y=1050$

$\bar{Y}=70$

$\sum X_2=90$

$\bar{X}_2=6$

$\sum X_3=16500$

$\bar{X}_3=1100$

لدينا:

$$\hat{B}=(x`x)^{-1}x`y$$

و منه:

$$(x`x)\,\hat{B}=x`y$$

حيث:

$$\hat{\beta}=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_2\\ \hat{\beta}_3\end{bmatrix}$$

* و x و y في شكل انحرافي هما:

$$X=\begin{pmatrix}x_{21} & x_{31}\\ x_{22} & x_{32}\\ \vdots & \vdots\\ \vdots & \vdots\\ x_{215} & x_{315}\end{pmatrix} \qquad Y=\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ \vdots\\ y_{15}\end{pmatrix}$$

و منه:

$$X`=\begin{bmatrix}x_{21}\,x_{22}\text{----------}x_{215}\\ x_{22}\,x_{32}\text{----------}x_{315}\end{bmatrix}$$

$$X`X\quad\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{15}x_2^2 i & \sum x_2 x_3\\ \sum x_3 x_2 & \sum x_3^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}60 & -11900\\ -11900 & 2800000\end{pmatrix}$$

- يجب البحث عن $X`y$

$$X`y=\begin{bmatrix}x_{21}\,x_{22}\text{----------}x_{215}\\ x_{31}x_{32}\text{----------}x_{315}\end{bmatrix}\qquad\begin{pmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_{15}\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\sum x_2 y\\ \sum x_2 y\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-505\\ 107500\end{bmatrix}$$

في هذه الحالة نحصل على معادلتين مجهولتين:

$$X`X\hat{\beta}=X`Y$$

$$\begin{bmatrix} 60 & -11900 \\ -11900 & 2800000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -505 \\ 107500 \end{bmatrix}$$

$60\hat{\beta}_2 - 11900\hat{\beta}_3 = -505$

$-11900\hat{\beta}_2 + 2800000\hat{\beta}_3 = 107500$

و منه نستنتج:

$\hat{\beta}_3 = 0,01669$

$\hat{\beta}_2 = -5,10611$

*لان مستقيم المربعات الصغرى يمر عبر الأوساط الحسابية

$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \beta_2\bar{X}_2 - \beta_3\bar{X}_3$$

$= 70 - 0,01669.1100 - (-5,10611.6)$

$= 70 - 18,359 - (-30,63666)$

$= 70 - 18,359 + 30,63666$

$= 82,27766$

$\hat{Y} = 82,27766 - 5,10611x_2 + 0,01669x_3$

- الاختبار بمستوى معنوية 5% معلمات الانحدار.

لنبين هل توجد علاقة بين x_2 و x_3 من جهة و y من جهة ثانية.

$$t = \frac{\beta_{i-\beta}}{\sqrt{\sum e_i^2/n-k}\sqrt{a_{ii}}}$$

* لدينا لدى تحليلنا للتباين أن:

$\sum y^2 = 4600$

$\sum \hat{y}^2 = \hat{\beta}' x`y$

لدينا:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix}$$

ومنه:

$$\hat{\beta}' = [\hat{\beta}_2 \quad \hat{\beta}_3] = [-5,10611 \quad 0,01669]$$

و

$$x`y = \begin{bmatrix} -505 \\ 107500 \end{bmatrix}$$

$$\sum \hat{y}^2 = [-5,10611 \quad 0,01669] \begin{bmatrix} -505 \\ 107500 \end{bmatrix}$$

$$= -5,10611.-505+0,01669.107500$$
$$= 2578,5855+1794,175$$
$$= 4372,7605$$

هذا هو التباين المفسر ككل و بواسطته يمكن حساب التباين غير المفسر.

$$\sum e_i^2 = \sum y^2 - \sum \hat{y}^2 = 4600-4372,7605$$
$$= 227,2395$$

و منه:

$$\frac{\sum e_i^2}{n-k} = \frac{227,2395}{15-3} = 18,9366$$

* من اجل الحصول على a_{jj} يجب أن نحصل على مقلوب المصفوفة (X`X) اي:

$$X`X = \begin{bmatrix} 60 & -11900 \\ -11900 & 2800000 \end{bmatrix}$$

$$X`X = 168000000+141610000$$
$$= 309610000$$

و منه:

$$(X`X)^{-1} = \frac{1}{309610000} \begin{bmatrix} 60 & -11900 \\ -11900 & 2800000 \end{bmatrix}$$

$$(X`X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0090436 & -0,0000384 \\ -0,0000384 & 0,0000019 \end{bmatrix}$$

$$(X`X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0090436 & -0,0000384 \\ -0,0000384 & 0,0000019 \end{bmatrix}$$

$$t_2 = \frac{\beta_2 - \beta}{\sqrt{18,9366}\sqrt{0,0090436}} = \frac{\beta_2 - 0}{\sqrt{18,9366}\sqrt{0,0090436}}$$

$$= \frac{-5,10611}{4,35.0,0950978} = \frac{-5,10611}{0,41325}$$

$$= -12,356$$

$$t_3 = \frac{\beta_2 - \beta}{\sqrt{18,9366}\sqrt{0,0000019}} = \frac{0,01669}{\sqrt{18,9366}\sqrt{0,0000019}}$$

$$t_3 = \frac{0,01669}{4,3516.0,0013784}$$

$$t_3 = \frac{0,01669}{0,0059982}$$

حيث:

$$t_t(12) = 1,796$$

و منه β_2 , β_3 الاثنين لهما دلالة بمستوى معنوية 5%.

إذن نرفض فرضية اللاعلاقة بحزم. إذن توجد علاقة قوية بين Y_2X_2 و Y_3X_3.

اختيار إجمالي لمعنوية الانحدار:

$$R^2 = \frac{\sum y^2}{\sum y^2} = \frac{4372,7605}{4600}$$

$$= 0,9506$$

و منه:

$$\bar{R}^2 = 1-(1-R^2)\frac{n-1}{n-k}$$

$$= 1-(1-0,9506)\frac{15-1}{15-3}$$

$$= 1-(1-0,9506)\frac{15-1}{15-3} = 0,9423667$$

$$F_{k-1,n-k} = \frac{R^2/k-1}{(1-R^2)/n-k}$$

$$= \frac{0,9506/(3-1)}{(1-0,9506)/(15-3)}$$

$$= \frac{0,4753}{(0,0494)/12}$$

$$= \frac{0,4753}{0,0041166} = 115,9512$$

بالنتيجة فان R^2 ذو دلالة عند مستوى معنوي 5%.
و بذلك نرفض العدم H_0 بعدم وجود علاقة لجميع المعاملات، و الانحدار للجملة ذو دلالة.
- حساب معامل الارتباط الجزئي للمتغير المفسر و تحديد أي المتغيرات المستقلة تساهم أكثر في القدرة التفسيرية للنموذج.
معامل الارتباط الجزئي لـ x_2

$$r_{1.2.3} = \frac{r_{12} - r_{13} - r_{23}}{\sqrt{1 - r_{23}^2}\sqrt{1 - r_{13}^2}}$$

حيث:

$$r_{13} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_2^2}\sqrt{\sum y^2}}$$

$$= \frac{-505}{\sqrt{60}\sqrt{4600}} \simeq -0{,}9613$$

$$r_{13} = \frac{\sum x_3 y}{\sqrt{\sum x_3^2}\sqrt{\sum y_2}} = \frac{107500}{\sqrt{2800000}\sqrt{4600}} = 0{,}9472$$

$$r_{23} = \frac{\sum x_2 x_3}{\sqrt{\sum x_3^2}\sqrt{\sum x_2^2}} = \frac{-11900}{\sqrt{2800000}\sqrt{60}} = 0{,}9181$$

و منه:

$$r_{12.3} = \frac{(-0{,}9613) - (0{,}9472 X 0{,}9181)}{\sqrt{1 - (-0{,}9181)^2}\sqrt{1 - (-0{,}9472)^2}} = -0{,}7213$$

أما معامل الارتباط الجزئي لـ x_3 :

$$r_{13.2} = \frac{r_{13} - r_{12} - r_{23}}{\sqrt{1 - r_{23}^2}\sqrt{1 - r_{12}^2}}$$

$$= \frac{(0{,}9472) - (-0{,}9613 X 0{,}9181)}{\sqrt{1 - (-0{,}9181)^2}\sqrt{1 - (0{,}9613)^2}} \simeq 0{,}5919$$

و بذلك فان x_2 يساهم أكثر من x_3 في القدرة التفسيرية للنموذج.

السنة	Y	X_2	X_3	y	x_2	x_3
1971	40	9	400	-30	3	-700
1972	45	8	500	-25	2	-600
1973	50	9	600	-20	3	-500
1974	55	8	700	-15	2	-400
1975	60	7	800	-10	1	-300
1976	70	6	900	0	0	-200
1977	65	6	1000	-5	0	-100
1978	65	8	1100	-5	2	0
1979	75	5	1200	5	-1	100
1980	75	5	1300	5	-1	200
1981	80	5	1400	10	-1	300
1982	100	3	1500	30	-3	400
1983	90	4	1600	20	-2	500
1984	95	3	1700	25	-3	600
1985	85	4	1800	15	-2	700

n=5 $\sum y=1050$

$\bar{Y}=70$

$\sum X_2=90$ $\sum yx_2=-505$ $\sum y^2=4600$

$\bar{X}_2=6$ $\sum yx_3=107500$

$\sum X_{3=}16500$ $\sum x_2x_3=-11900$

$\bar{X}_3=1100$ $\sum x^2_2=60$

$\sum x^2_3=2800000$

yx_2	yx_3	x_2x_3	x^2_2	x^2_3	y^2
-90	21000	-2100	9	490000	900
-50	15000	-1200	4	360000	625
-60	10000	-1500	9	250000	400
-30	6000	-800	4	160000	225
-10	3000	-300	1	90000	100
0	0	0	0	40000	0
0	500	0	9	10000	25
-10	0	0	4	0	25
-5	500	-100	1	10000	25
-5	1000	-200	1	40000	25
-10	3000	-300	1	90000	100
-90	12000	-1200	9	160000	900
-40	10000	-1000	4	250000	400
-75	15000	-1800	9	360000	625
-30	10500	-1400	4	490000	225

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

سنة الثالثة علوم مالية ومحاسبية +تسويق

السلسلة الثانية

التمرين الأول:

ينص قانون هوك على أن استطالة سلك معين تتناسب طردا مع القوة المؤثرة عليه أي أن: $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$. حيث أن y تمثل مقدار الاستطالة و x تمثل قوة الشد المؤثرة على السلك.

أجريت التجربة وكانت هذه نتائجها:

Y مقدار الاستطالة	4.5	5.2	6.5	7.8	9	10.5
X القوة بالكلغ	30	40	50	60	70	80

المطلوب:

- أوجد معادلة خط الانحدار y لـ x؟
- احسب بطرقتين مجموع مربعات الاخطاء $\sum e_i^2$ ثم استنتج مقدر التباين σ^2؟
- حدد معامل التحديد وعامل الارتباط واختبر معنويته عند مستوى دلالة 5%؟
- كون جدول تحليل التباين ثم استنتج عند مستوى دلالة 5% مدى ملائمة النموذج للبيانات؟
- أوجد تقدير بفترة لمعالم خط الانحدار وذلك عند مستوى ثقة 95%؟
- قدر قيمة y عند x=75؟

التمرين الثاني:

- لتكن لديك بيانات العينة التالية:

x	1	2	3	4	5	6
y	2	4	4	6	9	10

المطلوب:

- أوجد تقدير نقطي لمعالم خط الانحدار y لـ x؟
- أوجد تقدير بفترة لمعالم خط الانحدار وذلك عند مستوى ثقة 95%؟
- قدر تباين الأخطاء ثم أحسب تباين كل من β_1 و β_0؟
- حدد معامل التحديد وعامل الارتباط واختبر معنويته عند مستوى دلالة 5%؟
- اختبر الفرض القائل بأنه لا يوجد أثر لـ x على y وذلك عند مستوى معنوية 05%؟
- قدر قيمة y عند x=10؟

التمرين الثالث:

بفرض أن بيانات العينة التالية يناسبها النموذج التالي: $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$

y	55	70	90	100	90	105	80	110	125	115	130	130
x	100	90	80	70	70	70	70	65	60	60	55	50

المطلوب:

- قدر بنقطة معالم النموذج؟
- قدر بفترة ثقة 95% معالم النموذج؟
- حدد معامل التحديد وعامل الارتباط واختبر معنويته عند مستوى دلالة 5%؟
- قدر قيمة y عند x=75؟
- قدر بفترة ثقة 95% قيمة الفعلية لـ y ومتوسط القيمة الفعلية لـ y عند x=75؟

التمرين الرابع:

البيانات التالية عن كمية المطلوبة من السلعة (y) وسعر سلعة مباعة (x) في أحد الاسواق مدة 5 ايام. فتحصلنا على النتائج التالية: $\bar{x} = 4 \quad \bar{y} = 8 \quad \sum x^2 = 120 \quad \sum xy = 230 \quad \sum y^2 = 444$

المطلوب:

- قدر بطريقة المربعات الصغرى معالم النموذج؟ هل هذه النتائج توافق النظرية الاقتصادية؟
- قدر بفترة ثقة 95% معالم النموذج؟
- حدد معامل التحديد وعامل الارتباط واختبر معنويته عند مستوى دلالة 5%؟
- اختبر الفرض القائل بأنه لا يوجد أثر لـ x على y وذلك بمستوى ثقة 95%؟
- عند مستوى معنوية 5% هل البيانات يلائمها النموذج الخطي؟
- قدر قيمة y عند x=6؟
- قدر بفترة ثقة 95% قيمة الفعلية لـ y ومتوسط القيمة الفعلية لـ y عند x=6؟