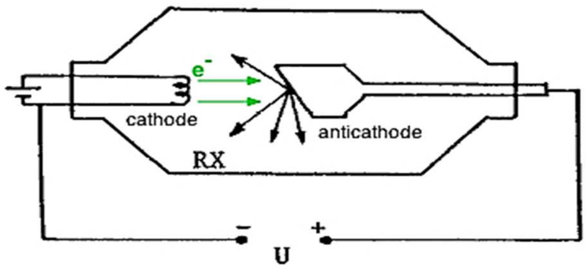
Corrigé type rattrapage

Exercice 01 (08 pts)

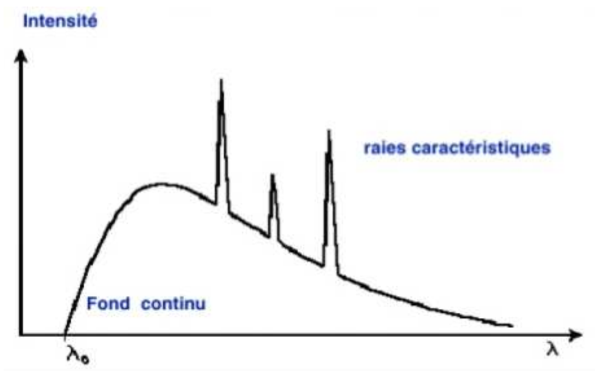
1. Schéma du phénomène de production des rayons X.



2. Explication de l'origine du spectre continu et le spectre de raies caractéristiques.

Une anticathode (ou anode) soumise à un bombardement électronique donne un rayonnement X constitué d'un spectre continu et d'un spectre de raies. L'interprétation du spectre continu est la suivante : les électrons projectiles sont décélérés par le champ électrique des atomes de l'anticathode. Concernant le spectre de raies, les raies observées sont des raies d'émission des atomes de l'anticathode. Elles correspondent à des transitions électroniques dans les couches profondes des atomes selon un mécanisme en trois étapes : ❶ éjection d'un électron de la couche K d'un atome de l'anticathode sous l'effet d'un électron projectile, ❷ remplacement de l'électron éjecté par un électron d'1 couche supérieure (L, M,...) et ❸ émission d'une radiation suite à cette transition électronique.

3. L'allure du spectre d'émission d'un tube à rayons X en portant en abscisse la longueur d'onde λ du rayonnement émis.



4. Un tube à rayons X avec une anticathode de tungstène ($_{74}$**W**) fonctionne sous une tension de 100 kV.

4.1. Calcul de l'énergie cinétique puis la vitesse des électrons atteignant l'anticathode :

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = |q|V = eV = 1{,}6.10^{-19} \text{x } 100.10^3 = 1{,}6.10^{-14} \text{ Joule}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \text{ x } 1{,}6.10^{-14}}{9{,}1.10^{-31}}} = \sqrt{3{,}51648.10^{16}} = 1{,}875.10^8\ m.s^{-1}$$

4.2. Calculer la longueur d'onde minimale λ_{min} des rayons X émis ?

La longueur d'onde minimale λ_{min} (en Å) est reliée à la tension appliquée (en volts) par la relation :

$$\lambda_{min} = \frac{12400}{V} = \frac{12400}{100.10^3} = 0{,}124 \text{ Å}$$

4.3. Calcul du rendement de production des rayons X :

Le rendement est donné par la relation empirique : **r = $1{,}1.10^{-9}$ x Z x V**

Où **Z** est le numéro atomique du métal de l'anticathode et **V** la différence de potentiel appliqué.

$$\mathbf{r} = 1{,}1.10^{-9} \text{ x } 74 \text{ x } 100.10^3 = 0{,}00814 = 0{,}814\ \% \text{ (Très faible)}$$

Remarquons que le rendement de production des rayons X est très faible, le reste de l'énergie se dissipe sous forme de chaleur. Il est donc nécessaire d'évacuer cette chaleur (nécessité d'un système de refroidissement) et d'utiliser des matériaux de cible bons conducteurs thermiques et de point de fusion élevé (métaux réfractaires : tungstène, molybdène ou très bons conducteurs : cuivre).

<u>Exercice 02</u> (04 pts)

L'oxyde de magnésium (MgO) cristallise dans un système cubique, tel que :

Mg^{2+} : (0, 0, 0) ; (½, ½, 0) ; (½, 0, ½) ; (0, ½ , ½)

O^{2-} : (½, ½, ½) ; (½, 0, 0) ; (0, ½, 0) ; (0, 0, ½)

1. Le mode de réseau de Bravais : à faces centrées F puisque chaque position (x, y, z) possède trois autres positions équivalentes (x+½, y+½, z); (x+½, y, z+½) et (x, y+½, z+½).

2. Le facteur de structure F_{hkl} :

$$F_{hkl} = \sum_j f_j \; e^{2\pi i(h\,x_j + k\,y_j + l\,z_j)}$$

$$F_{hkl} = f_{Mg} + f_{Mg} e^{2\pi i\left(\frac{h}{2}+\frac{k}{2}\right)} + f_{Mg} e^{2\pi i\left(\frac{h}{2}+\frac{l}{2}\right)} + f_{Mg} e^{2\pi i\left(\frac{k}{2}+\frac{l}{2}\right)} + f_O e^{2\pi i\left(\frac{h}{2}+\frac{k}{2}+\frac{l}{2}\right)} + f_O e^{2\pi i\left(\frac{h}{2}\right)} + f_O e^{2\pi i\left(\frac{k}{2}\right)} + f_O e^{2\pi i\left(\frac{l}{2}\right)}$$

$$F_{hkl} = f_{Mg}\left(1 + e^{\pi i(h+k)} + e^{\pi i(h+l)} + e^{\pi i(k+l)}\right) + f_O\left(e^{\pi i(h+k+l)} + e^{\pi i(h)} + e^{\pi i(k)} + e^{\pi i(l)}\right)$$

3. Les conditions de diffraction :

On distingue les cas suivants :

- h, k et l sont tous pairs : $F_{hkl} = 4\,(f_{Mg} + f_O)$ ⇨ Diffraction avec intensité forte.
- h, k et l sont tous impairs : $F_{hkl} = 4\,(f_{Mg} - f_O)$ ⇨ Diffraction avec intensité très faible.
- h, k et l sont mixtes : $F_{hkl} = 0$ ⇨ Extinction systématique; intensité nulle.

<u>Exercice 03</u> (08 pts)

Avec une poudre cristalline de MgO, On enregistre un diagramme de diffraction de RX à l'aide d'un diffractomètre automatique de poudre, en utilisant la radiation K_α de Cuivre ($\lambda_{K_\alpha} = 1.5418$ Å).

Raie	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2θ (°)	36,97	42,95	62,36	74,76	78,71	94,15	105,86	109,90	127,48

1- L'indexation du diagramme de diffraction de RX sur poudre :

2θ (°)	36,97	42,95	62,36	74,76	78,71	94,15	105,86	109,90	127,48
θ (°)	18,485	21,475	31,18	37,38	39,355	47,075	52,93	54,95	63,74
$\sin^2 \theta$	0 ,10053	0,13403	0,26801	0,36857	0,40208	0,53612	0,63664	0,67011	0,80425
$\Delta (\sin^2 \theta)$	0,0335	0,13398	0,10056	0,03351	0,13404	0,10052	0,03347	0,13414	
$\frac{\sin^2 \theta}{0{,}0335}$	3	4	8	11	12	16	19	20	24
hkl	**111**	**200**	**220**	**311**	**222**	**400**	**331**	**420**	**422**

2- Le mode de réseau de Bravais :

En utilisant la méthode dite **$\sin^2 \theta$** (voir tableau ci-dessus), on peut conclure que le réseau de Bravais est **F** (à faces centrées). Les indices (hkl) ont même parité, c.-à-d. tous pairs ou tous impairs.

3- Interprétation de l'intensité des pics sur le diffractogramme :

En se basant sur les résultats de l'exercice 2, on peut constater la faible intensité des pics dont les indices h, k et l sont tous impairs. En fait, les ions Mg^{2+} et O^{2-} ont même nombre d'électrons (iso-électroniques), donc $f_{Mg} \sim f_O$.

- h, k et l sont tous pairs : $F_{hkl} = 4\,(f_{Mg} + f_O)$ ⇨ Diffraction avec intensité forte.
- h, k et l sont tous impairs : $F_{hkl} = 4\,(f_{Mg} - f_O)$ ⇨ Diffraction avec intensité très faible.
- h, k et l sont mixtes : $F_{hkl} = 0$ ⇨ Extinction systématique; intensité nulle.

4- Précision de mesure des distances d_{hkl} est meilleure aux grands angles :

En utilisant la loi de Bragg et l'expression de l'équidistance d_{hkl} des plans réticulaires pour les systèmes cristallins cubiques.

$$\left.\begin{aligned} d_{hkl} &= \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \\ d_{hkl} &= \frac{\lambda}{2\ \sin\theta} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow a = \sqrt{h^2+k^2+l^2}\ \ \frac{\lambda}{2\ \sin\theta}$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta \sin\theta}{\sin\theta} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\cos\theta\ \Delta\theta}{\sin\theta} = \frac{\Delta\theta}{\mathrm{tg}\,\theta}$$

Si $\theta \to \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\Delta a}{a} \Rightarrow 0$ par conséquent la précision est la meilleure vers les grands angles.

5- Calcul du paramètre de la maille cubique :

On calcule la valeur du paramètre de maille « a » pour la plus grande valeur de θ

$$a = \sqrt{24}\ \ \frac{1.5418}{2\ \sin 63{,}74} = 4{,}8989\ \ \frac{1.5418}{2 \text{ x } 0{,}8968} = \ \ 4{,}2112\ \text{Å}$$

6- Calcul de la masse volumique "ρ" de MgO :

$$\rho = \frac{Z\ \ M}{N\ \ V_{maille}} = \frac{Z\ \ M}{N\ \ a^3} = \frac{4\ \text{ x }\ 40{,}3}{6{,}023\ .\ 10^{23} \text{ x } (4{,}2112\ .\ 10^{-8})^3} = 3{,}58\ \ \text{g.cm}^{-3}$$

Fin et bon courage