الفصل الثالث

الكهرباء المتحركة

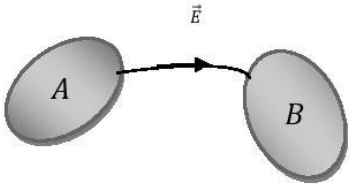
اقتصرنا في الفصلين السابقين على دراسة الشحنات الساكنة، أو ما يسمى بالكهرباء الساكنة (*Electrostatique*). في هذا الفصل سنضيف حالة الشحنات المتحركة، و هو ما يسمى بالكهرباء المتحركة (*Electrocinétique*)، و ندخل مصطلح التيار الكهربائي و كثافة التيار.

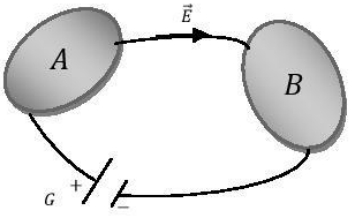
يتناول الفصل أيضا تحليل بعض الشبكات الكهربائية البسيطة التي تحتوي على مولدات و مستقبلات و مقاومات. يعتمد تحليل مثل هذه الشبكات على قانوني كيرشوف الذين هما نتيجة انحفاظ الطاقة و انحفاظ الشحنة الكهربائية.

التيار الكهربائي و المقاومات

1.3 التيار الكهربائي

عند توصيل ناقلين A و B كموناهما على الترتيب V_A و V_B $(V_A > V_B)$، يكون في البداية بينهما فرق في الكمون، يولد حقلا كهربائيا محدثا انتقالاً للشحنات من الناقل A إلى الناقل B، فيظهر تيار كهربائي مؤقت ينتهي بمجرد وصول الناقلين إلى حالة التوازن الكهروستاتيكي (تساوي الكمونيين) يسمى بالتيار اللحظي.





يمكن إطالة الحالة السابقة للتيار، أي الحصول على تيار مستمر (*courant continu*)، بفضل استخدام مولد الجهد (*générateur de tension*)، و هو جهاز يحافظ على فرق كمون ثابت بين طرفيه (يفرض حالة عدم توازن دائمة).

ملاحظة: مولد الجهد لا يخلق الشحنات بل يقوم بنقلها من B إلى A، مثل: البطاريات، المولدات الكهربائية....نمثل مولد الجهد في الشبكات بـ :

2.3 اتجاه التيار الكهربائي

هناك العديد من الظواهر الفيزيائية التي تفسر مرور التيار الكهربائي مثل:

- فعل جول الحراري.
- التحليل الكهربائي.
- انحراف الإبرة الممغنطة

برهنت معظم هذه التجارب على أن للتيار الكهربائي اتجاهًا، و قد اصطلح على أنه نتيجة لحركة الشحنات الموجبة من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد، و من القطب الموجب إلى القطب السالب خارج المولد، بغض النظر عن المسبب الحقيقي للتيار.

ملاحظات:

- ✓ في النواقل الكهربائية و أنصاف النواقل[2] مثل النحاس و الألمنيوم ، يكون التيار بسبب حركة الإلكترونات السالبة، لذلك فاتجاه التيار الاصطلاحي هو معاكس لاتجاه انسياب الإلكترونات، المسؤول الحقيقي عن التيار.
- ✓ في المسرعات هناك حزم من البروتونات الموجبة مسببة للتيار فيكون اتجاه التيار الاصطلاحي باتجاه انسياب البروتونات.
- ✓ قد توجد حالات حيث يكون فيها السبب في إنشاء التيار شحنات موجبة و سالبة في آن واحد (التحليل الكهربائي و تأين الغازات (البلازما)).

3.3 شدة التيار الكهربائي

شدة التيار الكهربائي I (*Intensité du courant électrique*) هي كمية الكهرباء dq المارة عبر مقطع S خلال زمن dt:

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad (1)$$

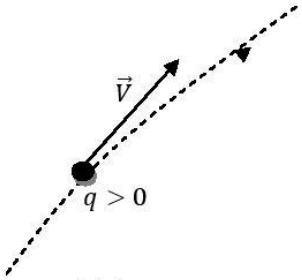
[2] كل ذرة في النواقل تساهم بإلكترون أو اثنين للنقل، و بقية الالكترونات مرتبطة أما بالنسبة لأنصاف النواقل عدد الإلكترونات الحرة أقل، حيث يوجد تقريبا إلكترون حر واحد لكل 10^3 إلى 10^6 ذرة .

وحدة التيار في النظام الدولي SI هي أمبير (*Ampère*): $A = \mathrm{C/S}$.

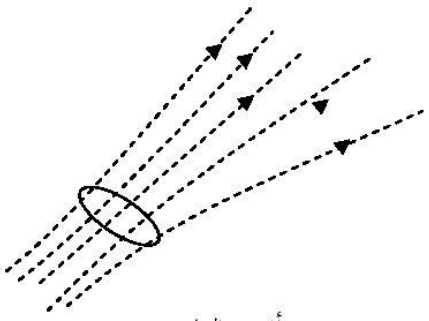
تعريف: الآمبير $(1A)$ هي شدة التيار المكافئة لشحنة قدرها 1 كولوم $(1C)$ تمر خلال سطح في 1 ثانية $(1s)$.

ملاحظة:

- ✓ سنهتم خلال دراستنا بالنظام المستقر(*Régime stationnaire*)، الذي يكون فيه كمون نقطة ما من الدارة الكهربائية غير متغير مع الزمن، و ينتج عن ذلك أن شدة التيار ثابتة عبر أي مقطع من مقاطع الدارة.
- ✓ نعرف خط التيار(*ligne de courant*) المسار الموجه لحركة الشحنات الموجبة، حيث شعاع السرعة لهذه الشحنات مماسي لخطوط التيار في كل نقطة منها. و أنبوب التيار (*tube de courant*) هو مجموعة من خطوط التيار التي تستند على مسار مغلق.

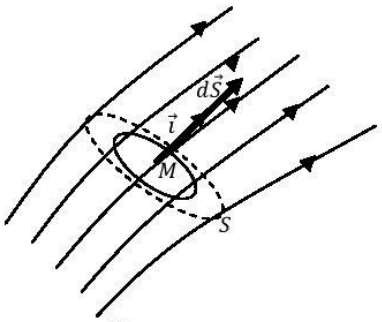


خط التيار


أنبوب التيار

4.3 شعاع كثافة التيار

نعرف في كل نقطة M من وسط تتحرك فيه الشحنات، شعاعًا $\vec{\imath}$ مبدؤه هذه النقطة و اتجاهه اتجاه حركة الشحنات الموجبة و مماسي لخط التيار المار بـ M و طويلته:

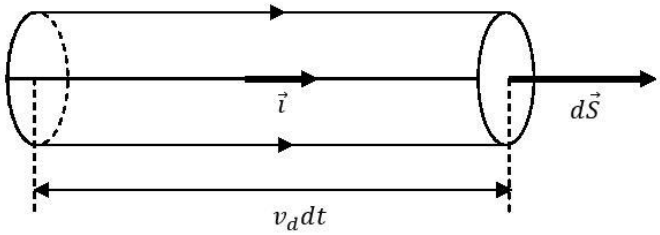


$$i = \frac{dI}{dS} \qquad (2)$$

حيث dI هي شدة التيار الكهربائي المارة عبر السطح العنصري dS. يسمى هذا الشعاع بكثافة التيار في نقطة M، وحدته في النظام الدولي: $\mathrm{A/m^2}$. يتغير $\vec{\imath}$ مقدارا و اتجاها من نقطة إلى أخرى في الناقل، فمن أجل ناقل مقطعه S يكون لدينا:

$$I = \int_S \vec{\imath}.d\vec{s}$$

لنعتبر داخل ناقل أنبوب تيار مستقيمًا ذا مقطع dS، يسري خلاله تيار شدته dI، و لتكن $\vec{v}_d$ السرعة المتوسطة للشحنات الحرة[3] و w كثافتها الحجمية المحلية (C/m^3) (كمية الشحنة في وحدة الحجم) لنحسب dq كمية الشحنة التي تعبر dS خلال dt، و تشغل في لحظة معينة الحجم الأسطواني $dV = v_d dt dS$:



$$dq = wdV = wdsv_d dt \Longrightarrow dI = \frac{dq}{dt} = wdsv_d \Longrightarrow i = \frac{dI}{dS} = wv_d$$

$$\vec{\imath} = w\vec{v}_d$$

فإذا كان n عدد الشحنات الحرة في وحدة الحجم فإن $w = nq$، حيث q قيمة كل شحنة حرة (الجبرية):

$$\vec{\imath} = nq\vec{v}_d \qquad (3)$$

يتعلق شعاع كثافة التيار بالكثافة المحلية للشحنات الحرة و سرعة انتقال الشحنات.

---

[3] عندما يسلط فرق كمون عبر ناقل فإن حقلا كهربائيا ينشأ و يؤثر على الإلكترونات بقوة، فتتحرك الإلكترونات، لكن ليس بخطوط مستقيمة، بل تصطدم بتكرارية مع ذرات الناقل، و محصلة حركتها تعطي السرعة المتوسطة.

ملاحظات:

- ✓ في حالة المعادن و السبائك و أنصاف النواقل مرور التيار لا يقابله انتقال للمادة .
- ✓ أما في حالة التحليل الكهربائي و تأين الغازات (البلازما) يعبر عن مرور التيار الكهربائي بانتقال المادة.

مثال 1: حساب السرعة المتوسطة للإلكترونات.

سلك نحاس له مساحة مقطع عرضي $3{,}31 \times 10^{-6}\mathrm{m}^2$، فإذا كان يحمل تيارًا مقداره $10A$ فما هي السرعة المتوسطة لحاملات الشحنة الإلكترونات، حيث نفرض أن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترون حر واحد للتيار. الكتلة الحجمية للنحاس $8{,}95\mathrm{g/cm}^3$ و الكتلة المولية للنحاس $63{,}5\mathrm{g/mol}$ ، و كل مول يحتوي على $N = 6{,}02 \times 10^{23}$ (عدد آفوقادرو) من الذرات.

الحل:

نعتبر $\vec{\imath}//\vec{s}$ فيكون لدينا:

$$I = is = nqv_d s \Longrightarrow v_d = \frac{I}{nqs}$$

$$q = e = 1{,}6.10^{-19}c$$

n: عدد الإلكترونات الحرة في وحدة الحجم.

من معرفتنا للكتلة الحجمية للنحاس، يمكننا حساب الحجم المشغول بواسطة $63{,}5\mathrm{g}(=1\mathrm{mol})$ من النحاس:

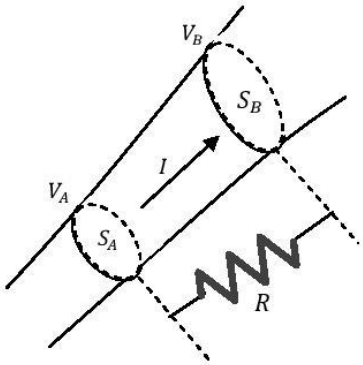
$$V = \frac{\text{الكتلة المولية}}{\text{الكتلة الحجمية}} = \frac{63{,}5\mathrm{g}}{8{,}95 \times 10^6\mathrm{g/m}^3} = 7{,}09.10^{-6}\mathrm{m}^3$$

و بما أن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترون حر واحد فإن:

$$n = \frac{\text{عدد الإلكترونات}}{\text{الحجم}} = \frac{6{,}02.10^{23}}{7{,}09.10^{-6}} = 78{,}49.10^{28} electrons/m^3$$

$$v_d = \frac{I}{nqs} = \frac{10}{(8{,}49.10^{28})(1{,}6.10^{-19})(3{,}31 \times 10^{-6})}$$
$$= 2.22 \times 10^{-4}\mathrm{m/s}$$

5.3 قانون أوم



يعد قانون أوم (*loi d'Ohm*) أحد القوانين التجريبية في الفيزياء، و ينص: نسبة فرق الكمون $V = V_A - V_B$ بين نقطتين A و B من ناقل معدني متجانس موجود عند درجة حرارة ثابتة، على التيار الكهربائي I تكون ثابتة، و نسمي هذا الثابت بالمقاومة الكهربائية (*résistance électrique*) للناقل بين نقطتين ويرمز لها بـ R:

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{V}{I} \qquad (4)$$

و وحدتها في النظام الدولي الأوم (*ohm*): $\Omega = V/A$.

لنأخذ الحالة البسيطة: ناقل معدني أسطواني طوله $L = AB$ و مساحة مقطعه S موضوع في حقل كهربائي $\vec{E}$:

يعطى فرق الكمون الكهربائي بين نقطتين:

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

بما ان الناقل سلكا مقطعه S، فإن الحقل الكهربائي منتظم على طول السلك، أي:

$$V = EL, \qquad I = iS$$

فيكون لدينا:

$$V = RI = EL \Longrightarrow RiS = EL$$

نحصل على عبارة جديدة لكثافة التيار بدلالة الحقل الكهربائي:

$$i = \left[\frac{L}{RS}\right] E = \sigma E$$

$$\vec{\imath} = \sigma \vec{E} \qquad (5)$$

و هي طريقة ثانية لكتابة قانون أوم، حيث:

$$\sigma = \frac{L}{RS}$$

يدعى الثابت σ بالناقلية الكهربائية (*conductivité électrique*). وحدته في النظام الدولي $\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$ ، و نميز الوسط عادة بالمقاومية (*résistivité*)، و يرمز لها بـ ρ، و هي مقلوب الناقلية:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

وحدة المقاومية في النظام الدولي: $\Omega\mathrm{m}$. تمتلك كل المواد الأومية مقاومة تعتمد على خواص المادة و درجة الحرارة.

حساب مقاومة ناقل أومي متجانس: نحسب المقاومة في ناقل، و التي تعتمد على خصائصه.

- **باستعمال طريقة التكامل:**

$$dR = \frac{1}{\sigma}\frac{dl}{S} = \rho\frac{dl}{S}$$

dl : عنصر الانتقال للشحنات.

S: مقطع تدفق الشحنات.

- **استعمال طريقة أوم:** حيث نعلم الحقل الكهربائي (طريقة غوص)، ثم نقوم بحساب فرق الكمون، و في الأخير نطبق علاقة أوم لحساب المقاومة:

$$i = \frac{E}{\rho} = \frac{I}{S} \Longrightarrow I = \frac{ES}{\rho}, \qquad R = \frac{V}{I} = \frac{\rho V}{ES}$$

ملاحظات:

- ✓ في الواقع، حساب المقاومات معقد جدا إلا إذا كان الشكل الهندسي بسيطًا.
- ✓ قانون أوم صالح من أجل كل المعادن الاعتيادية أو المألوفة، وتدعى النواقل الأومية (*conducteurs ohmiques*).
- ✓ العديد من المواد مثل أنصاف النواقل لا تخضع لقانون أوم.
- ✓ الأوم هو مقاومة ناقل يمر عبره تيار قيمته واحد أمبير عندما يظهر بين طرفيه فرق كمون مقداره 1 فولط.
- ✓ يكون قانون أوم صحيحا لكل المعادن ضمن مجال واسع لدرجة الحرارة، و هي تؤثر على الأبعاد الهندسية، و لكن هذا التأثير ضعيف عند مقارنته بمفعولها على المقاومية ρ.

مثال2: حساب مقاومة سائل على شكل أسطوانة.

أسطوانتان متمحورتان طولهما L و نصف قطريهما R_1 و R_2 حيث $(R_1 < R_2)$. ملئ فضاء المساحة الفاصل بينهما بسائل مقاومته النوعية ρ، فإذا كان كمونا الأسطوانتين على التوالي V_1 و V_2.

1. أحسب مقاومة السائل R بطريقة التكامل.
2. أحسب مقاومة السائل R باستعمال قانون أوم.

الحل:

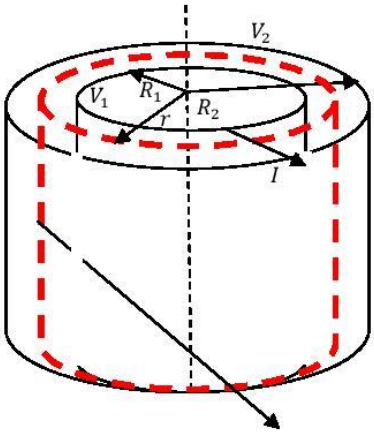
لدينا:

$$dl = dr\,, \qquad S = 2\pi rL$$

1. تُعطَى مقاومة طبقة عنصرية:

$$dR = \rho\frac{dr}{s} \Longrightarrow R = \frac{\rho}{2\pi L}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

2. يُعطَى الحقل الكهربائي باستعمال نظرية غوص من أجل $R_2 < r < R_1$:



سطح غوص

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rL}$$

و فرق الكمون بين الأسطوانتين:

$$E = -\frac{\partial V}{\partial r} \Longrightarrow V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E dr$$

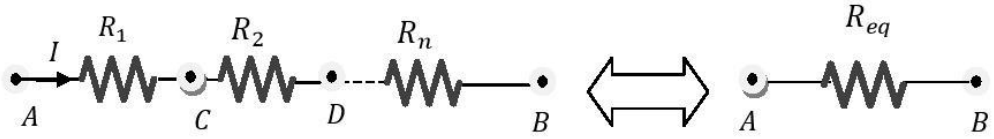
$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2}\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

والمقاومة:

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{ES}{\rho}} = \frac{\frac{q\rho}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{R_2}{R_1}}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rL}2\pi rL} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

6.3 جمع المقاومات

جمع المقاومات على التسلسل (*groupement en série*):



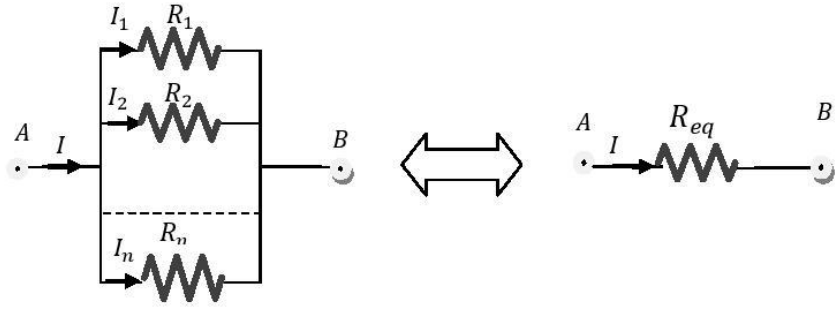
يسري في المقاومات التيار نفسه و فرق الكمون هو مجموع فروق الكمونات:

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_D) \ldots = R_1 I + R_2 I + \cdots + R_n I = R_{eq} I$$

المقاومة المكافئة:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i \qquad (6)$$

جمع المقاومات على التفرع (*groupement en parallèle*):



كل المقاومات لها فرق الكمون نفسه:

$$V = V_A - V_B$$

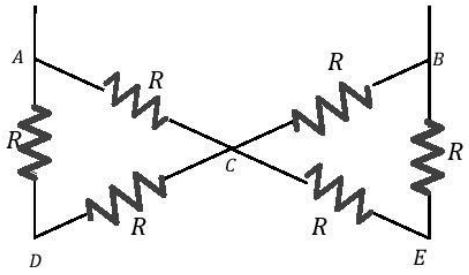
المقاومة المكافئة تحمل تيارا:

$$I = I_1 + I_2 + \cdots = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \cdots + \frac{V}{R_n} = V \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} = \frac{V}{R_{eq}}$$

المقاومة المكافئة:

$$\frac{1}{q_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \qquad (7)$$

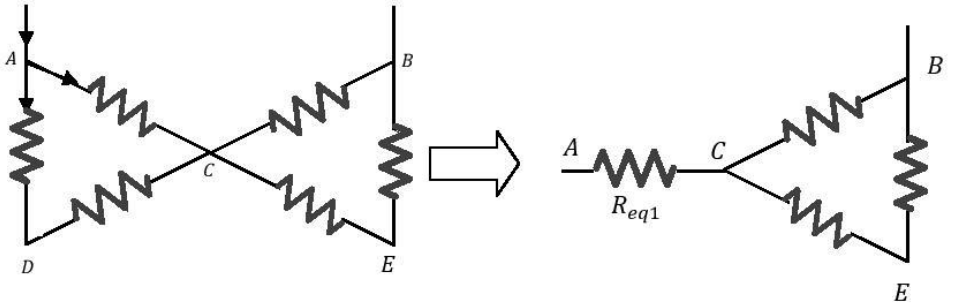
مثال 3: المقاومة المكافئة.



كل مقاومة R تساوي 3Ω في الشكل التالي.

1. أحسب المقاومة المكافئة بين A و B.

الحل:



المقاومة بين النقطتين A و D و المقاومة بين النقطتين D و C موجودتان على التسلسل، فالمقاومة المكافئة لهما R'_{eq1}:

$$R'_{eq1} = 3 + 3 = 6\Omega$$

المقاومة بين النقطتين A و C و المقاومة R'_{eq1} موجودتين على التفرع، وتكافئان مقاومة R_{eq1}:

$$R_{eq1} = \left(\frac{1}{R'_{eq1}} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = 2\Omega$$

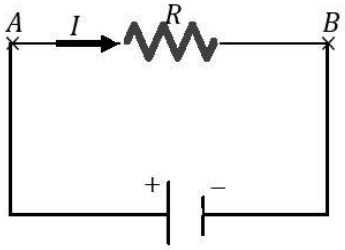
بالطريقة نفسها نحصل على المقاومة المكافئة بين النقطتين C و B، فتكون أيضا 2Ω.

و منه المقاومة المكافئة بين النقطتين A و B:

$$R_{eq} = R_{eq1} + R_{eq2} = 2 + 2 = 4\Omega$$

7.3 قانون جول

في حالة النظام المستقر، ليكن تيارٌ كهربائيٌ I يعبر مقاومة R موصولة تحت فرق كمون ثابت. عندما يسري هذا التيار لمدة زمنية t، فإن مقدارًا $q = It$ من الشحنة يكون قد تحول عبر هذه الدارة من خلال المولد، ويرافق ذلك تحول طاقة بين A و B مقدارها:



$$W = q(V_A - V_B) = It(V_A - V_B)$$

لدينا بين A و B ناقل مقاومته R فيكون:

$$V_A - V_B = \mathrm{RI} \Longrightarrow \mathrm{W} = \mathrm{RI}^2\mathrm{t}$$

يوافق استطاعة:

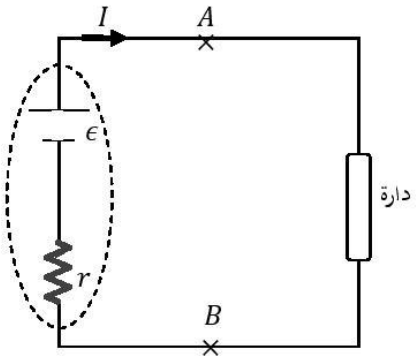
$$P = \frac{dW}{dt} = R\mathrm{I}^2 \qquad (8)$$

تبين التجربة أن هذه الطاقة تظهر على شكل حرارة ضائعة في المادة الناقلة إلى الخارج، و يدعى هذا الإصدار للحرارة بمفعول جول (*effet joule*).

الشبكات الكهربائية

8.3 القوة المحركة الكهربائية

أصل القوة المحركة الكهربائية (*force électromotrice*) في دارة تيار مستمر يكون ناتجًا عن بعض الآليات التي تنقل حاملات الشحنة داخل المولد في اتجاه معاكس لاتجاه القوة الكهربائية المؤثرة على حاملات الشحنة. القوة المحركة الكهربائية هي فرق الكمون المعطى من طرف المولد. وحدتها الفولط، و يعبر عنها باختصار ق.م. ك ($f.e.m$). سنرمز لها في الشبكات بـ ϵ.



في الواقع يمثّل المولد بدارة مكافئة تتكون من قوة محركة كهربائية ϵ موصولة على التسلسل مع مقاومة r تسمى المقاومة الداخلية للمولد. عندما نوصل بين طرفي هذا المولد دارة خارجية، فإن تيارًا I يمر في الدارة. يمكن التعبير عن موازنة الطاقة بمفهوم الاستطاعة:

- الاستطاعة المقدمة من طرف المولد: $P = \epsilon I$.
- الاستطاعة المستهلكة في الدارة الخارجية: $P = (V_A - V_B)I$
- الاستطاعة المستهلكة في المولد $P = rI^2$

$$\epsilon I = (V_A - V_B)I + rI^2 \qquad (9)$$

الجهد (الكمون) المستعمل بين طرفي المولد:

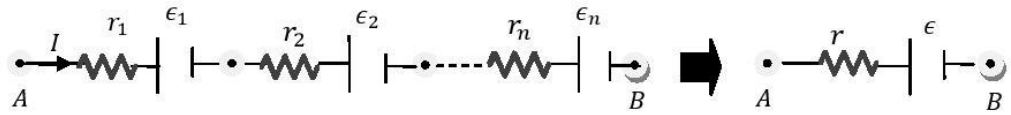
$$V_A - V_B = \epsilon - rI$$

نعرف مردود المولد على أنه النسبة بين الاستطاعة المستعملة في الدارة الخارجية و الاستطاعة الكهربائية المقدمة من طرف المولد، أي:

$$Ren = \frac{(V_A - V_B)I}{\epsilon I} = \frac{(V_A - V_B)}{\epsilon} \leq 1$$

ملاحظات:

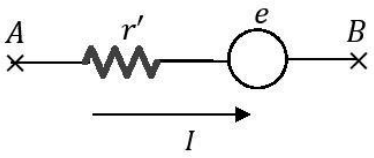
- ✓ يكون المولد أكثر فعالية (المردود يقترب من 1) عندما يكون فرق الكمون بين طرفي مقاومته الداخلية r صغيرا جدا أو مهملة أمام قوته المحركة الكهربائية ϵ.
- ✓ عندما تكون المقاومة الداخلية للمولد كبيرة جدا أمام مقاومة الدارة المستخدمة، فإن المولد يصبح مولدا للتيار، و يعطى تيارا ثابتا، و ذلك مهما كانت مقاومة الدارة الخارجية.
- ✓ جمع المولدات على التسلسل: نقول عن مولدين أنهما على التسلسل إذا مر فيهما التيار نفسه و كان القطب الموجب (+) لأحدهما موصولا بالقطب السالب (−) للآخر.



$$\epsilon = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i \,, \quad r = \sum_{i=1}^{n} r_i$$

9.3 القوة المضادة للقوة المحركة الكهربائية لعنصر استقبال

عنصر الاستقبال (*récepteur*)، هو جهاز هدفه تحويل الطاقة الكهربائية إلى شكل آخر للطاقة مثل: المحركات، المراكمات[4] (*accumulateurs*).... و لا يمكن تحقيق هذه العملية دون ضياع في الطاقة عن طريق مفعول جول في عنصر الاستقبال، لذلك يمثل عنصر الاستقبال بدارة مكافئة، تتكون من قوة مضادة للقوة المحركة الكهربائية (*force contre-électromotrice*)، وحدتها الفولط ويعبر عنها باختصار ق.م.م.ك $(f.c.e.m)$ سنرمز لها بـ e، موصولة على التسلسل مع مقاومته الداخلية r'.



الاستطاعة المستقبلة في عنصر الاستقبال على شكل كهربائي تساوي $I(V_A - V_B)$، يحول منها استطاعة تساوي eI، و يضيع على شكل حراري استطاعة $r'I^2$. باستعمال موازنة الاستطاعة:

$$(V_A - V_B)I = eI + r'I^2 \qquad (10)$$

$$(V_A - V_B) = e + r'I$$

مردود جهاز الاستقبال يساوي النسبة بين الاستطاعة المستعملة التي يقدمها عنصر الاستقبال إلى الاستطاعة المستهلكة من طرفه:

$$Ren = \frac{eI}{(V_A - V_B)I} = \frac{e}{(V_A - V_B)} \leq 1$$

[4] المراكمات هي أجهزة تحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة كيمائية.

10.3 تطبيق قانون أوم على دارة مغلقة

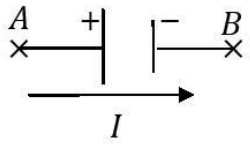
لتكن الدارة المغلقة من النقطة A إلى النقطة A، التي تحوي المولدات $(\sum \epsilon)$ وأجهزة الاستقبال $(\sum e)$ والمقاومات $(\sum R)$، اعتمادا على الدراسة السابقة، فإن الاستطاعة المقدمة من طرف المولدات، تستهلك من طرف أجهزة الاستقبال و المقاومات، أي:

(الاستطاعة) $I\sum \mathcal{E} = I\sum e + I^2\sum R$

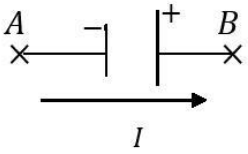
(فرق الكمون) $\sum \mathcal{E} = \sum e + I\sum R$

تعني المعادلة الأخيرة أن تغير الكمون يكون معدوما على المسار المغلق $\sum \mathcal{E} - \sum e - I\sum R = V_A - V_A = 0$. نعتبر جزءًا من دارة، و ليكن AB يعبره التيار I من A إلى B فإذا احتوت على:

✓ مولد قوته المحركة الكهربائية ϵ:

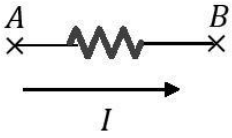


$V_A - V_B = \epsilon$



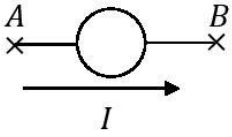
$V_A - V_B = -\epsilon$

✓ مقاومة R:



$V_A - V_B = RI$

✓ عنصر استقبال قوته المضادة المحركة الكهربائية e:



$V_A - V_B = e$

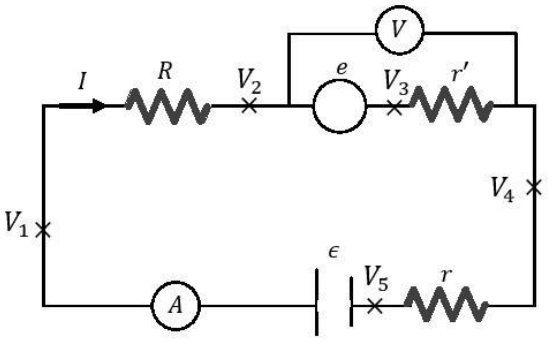
مثال 4: تطبيق قانون أوم على دارة.

دارة كهربائية مكونة من الأجهزة التالية المربوطة مع بعضها على التسلسل:

- مولد قوته المحركة الكهربائية $\epsilon = 230\text{V}$ و مقاومته الداخلية $r = 1\Omega$.
- مستقبل ق.م.م.ك $e = 50V$ و مقاومته الداخلية $r' = 4\Omega$.
- مقاومة $R = 40\Omega$.
- جهاز أمبيرومتر ذو مقاومة داخلية مهملة.
- جهاز فولطمتر مربوط بين طرفي عنصر الاستقبال ذو مقاومة لانهائية.

أعط القيمة المؤشر عليها في كل من جهاز الفولطمتر و الأمبيرومتر.

الحل:



مؤشر جهاز الأمبيرومتر (*ampèremètre*): بتطبيق قانون أوم على الدارة:

$$V_1 - V_1 = (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + (V_3 - V_4) + (V_4 - V_5) + (V_5 - V_1) = 0$$

$$RI + e + r'I + rI - \epsilon = 0$$

$$I = \frac{\epsilon - e}{R + r' + r} = \frac{230 - 50}{40 + 4 + 1} = 4\text{A}$$

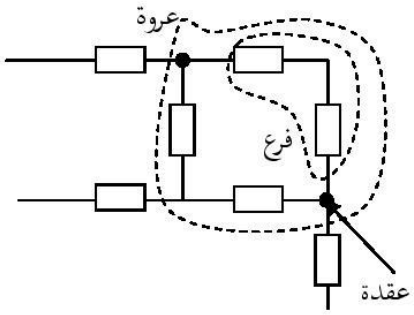
مؤشر جهاز الفولتمتر (*voltmètre*):

$$V = e + r'I = 50 + 4 \times 4 = 66\text{V}$$

11.3 تعميم قانون أوم (قانونا كيرشوف)

في شبكة معقدة مكونة من مولدات وعناصر استقبال و مقاومات كما في الشكل نعرف:

- عقدة (*nœud*): كل نقطة التقاء أكثر من عنصرين.
- فرع (*branche*) : مجموعة العناصر المحصورة بين عقدتين متتاليتين.
- عروة (*maille*): كل مسار مغلق، يتكون من سلسلة من الفروع.



شبكة

المسألة العامة في الشبكات: حساب شدة التيار التي تمر في كل فرع من الشبكة. لحل المسألة نستعمل قانوني كيرشوف المعرفين كما يلي:

✓ **قانون كيرشوف الأول (قانون العقد)**: و هو يمثل قانون انحفاظ الشحنة الكهربائية في العقدة، حيث أنه لا يمكن أن يكون هناك تراكم للشحنات في عقدة من الشبكة، أي أن مجموع شدات التيارات الكهربائية الداخلة إلى عقدة يساوي مجموع شدات التيارات الكهربائية الخارجة منها.

✓ **قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات)**: و هو يمثل قانون انحفاظ الطاقة، حيث أن التغير الكلي للكمون على مسار عروة يساوي للصفر.

تطبيق قانوني كيرشوف على الشبكات: وضع المعادلات

- بعد رسم الشبكة.
- نحدد اختياريا اتجاه التيارات في كل فرع من الشبكة. لا نخشى من التخمين الخاطئ لاتجاه التيار، إن كانت الإجابة سالبة فإن هذا يعني الاتجاه الفعلي للتيار بعكس الاتجاه المختار لكن القيمة صحيحة، و هذا في حالة شبكة لا تحتوي على عنصر استقبال. إذا وجد عنصر

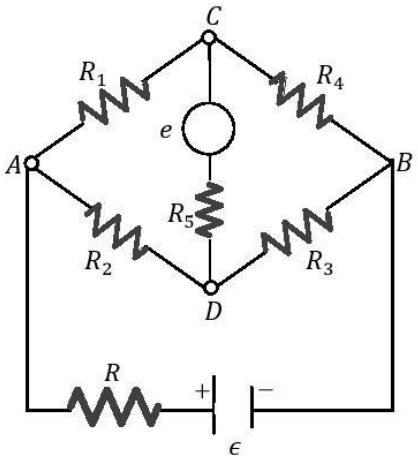
استقبال، و كان التيار المحسوب الذي يسري في الفرع الذي يحتوي عنصر الاستقبال سالبا، يجب هنا إعادة وضع معادلات المسألة آخذين الاتجاه الصحيح للتيار.

- نطبق قانون كيرشوف الأول (قانون العقد)، اذا كان لدينا n عقدة سنحصل على $n-1$ معادلة.
- نطبق قانون كيرشوف الثاني (قانون العروات)، إذا كان لدينا b فرعًا فإن عدد معادلات العروات $m = b - (n-1)$.
- نحصل على جملة من معادلات خطية، نختار فقط المعادلات المستقلة بعد اعتماد كل العقد و العروات، فإذا كان لدينا n تيارا نحصل على n جملة، و نحلها باستعمال الطرق الرياضية.

مثال 5: تطبيق قانوني كيرشوف على شبكة.

أوجد شدة التيار في كل فرع من الشبكة التالية.

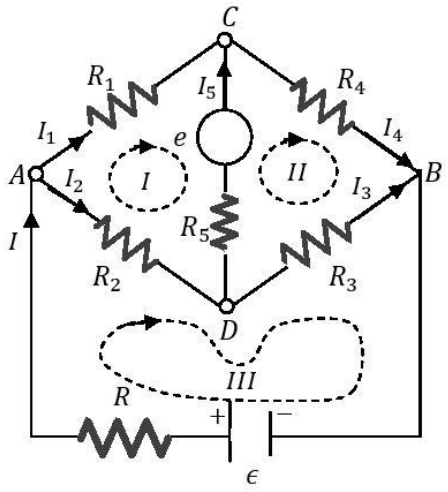
$$R = R_1 = R_2 = R_5 = 20\Omega$$
$$R_3 = 10\Omega; \quad R_4 = 60\Omega$$
$$e = 2V\ ; \quad \epsilon = 48V$$



الحل:

في الشبكة لدينا:

- أربع عقد، أي ثلاث معادلات للتيار.
- ستة فروع، أي ثلاث معادلات للعروات.



قانون كيرشوف الأول يعطي:

العقدة A: $I = I_1 + I_2$ (1)

العقدة C: $I_4 = I_1 + I_5$ (2)

العقدة D: $I_2 = I_3 + I_5$ (3)

قانون كيرشوف الثاني يعطي:

العروة I:

$$R_1 I_1 - e - R_5 I_5 - R_2 I_2 = 0 \longrightarrow R_1 I_1 - R_5 I_5 - R_2 I_2 = e \quad (4)$$

العروة II:

$$R_5I_5 + e + R_4I_4 - R_3I_3 = 0 \longrightarrow R_5I_5 + R_4I_4 - R_3I_3 = -e \qquad (5)$$

العروة III:

$$\mathrm{R}I - \varepsilon + R_2I_2 + R_3I_3 = 0 \longrightarrow \mathrm{R}I + R_2I_2 + R_3I_3 = \varepsilon \qquad (6)$$

من المعادلات (1) و (2) و (3) نستخرج قيم I_2 و I_3 و I_5 بدلالة I و I_1 و I_4:

$$I_2 = I - I_1$$
$$I_3 = I - I_4$$
$$I_5 = I_4 - I_1$$

ونعوضهم في المعادلات (4) و (5) و (6) فنحصل على الجملة التالية:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5)I_1 - R_5I_4 - R_2I = e \\ -R_5I_1 + (R_3 + R_4 + R_5)I_4 - R_3I = -e \\ -R_2I_1 - R_3I_4 - (R_3 + R_2 + R)I = \varepsilon \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_1 - I_4 - I = 0.1 \\ -2I_1 + 9I_4 - I = -0.2 \\ -2I_1 - 1I_4 - 5I = 4.8 \end{cases}$$

حل هذه الجملة بطريقة كرامر (*Cramer*) يعطى:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0.1 & -1 & -1 \\ -0.2 & 9 & -1 \\ 4.8 & -1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 9 & -1 \\ -2 & -1 & -5 \end{vmatrix}} = 0{,}512 \text{ A}$$

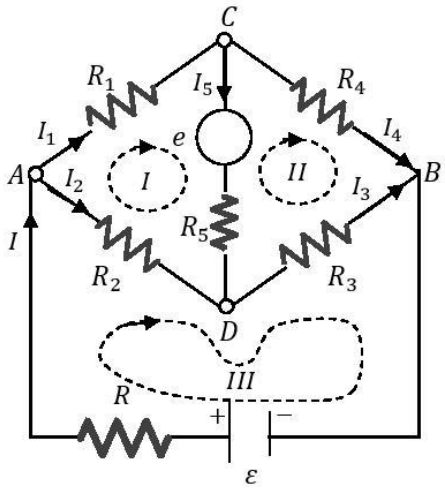
$$I_4 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0.1 & -1 \\ -2 & -0.2 & -1 \\ -2 & 4.8 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 9 & -1 \\ -2 & -1 & -5 \end{vmatrix}} = 0{,}226 \text{ A}$$

$$\mathrm{I} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0.1 \\ -2 & 9 & -0.2 \\ -2 & -1 & 4.8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 9 & -1 \\ -2 & -1 & -5 \end{vmatrix}} = 1{,}21\ \mathrm{A}$$

و:

$$I_2 = I - I_1 = 1{,}21 - 0{,}512 = 0{,}698\ \mathrm{A}$$
$$I_3 = I - I_4 = 1{,}21 - 0{,}226 = 0{,}984\ \mathrm{A}$$
$$I_5 = I_4 - I_1 = 0{,}226 - 0{,}512 = -0{,}286\ \mathrm{A}$$

I_5 سالبة، إذًا الجهة الفعلية لـ I_5 هي عكس الجهة المختارة عشوائيا في الشبكة، و بما التيار يسري في فرع يحتوي عن عنصر استقبال يجب إعادة وضع المعادلات و نأخذ الاتجاه الصحيح لـ I_5:



قانون كيرشوف الأول يعطي:

العقدة A: $I = I_1 + I_2$

العقدة C: $I_1 = I_4 + I_5$

العقدة D: $I_3 = I_2 + I_5$

قانون كيرشوف الثاني يعطي:

العروة I:

$$R_1 I_1 + e + R_5 I_5 - R_2 I_2 = 0 \longrightarrow R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_2 I_2 = -e$$

العروة II:

$$-R_5 I_5 - e + R_4 I_4 - R_3 I_3 = 0 \longrightarrow -R_5 I_5 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = e$$

العروة III:

$$\mathrm{R}I - \varepsilon + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \longrightarrow \mathrm{R}I + R_2 I_2 + R_3 I_3 = \varepsilon$$

من المعادلات (1) و (2) و (3) نستخرج قيم I_2 و I_3 و I_5 بدلالة I و I_1 و I_4:

$$I_2 = I - I_1$$
$$I_3 = I - I_4$$
$$I_5 = I_1 - I_4$$

بنفس الخطوات السابقة سنحصل على الجملة التالي:

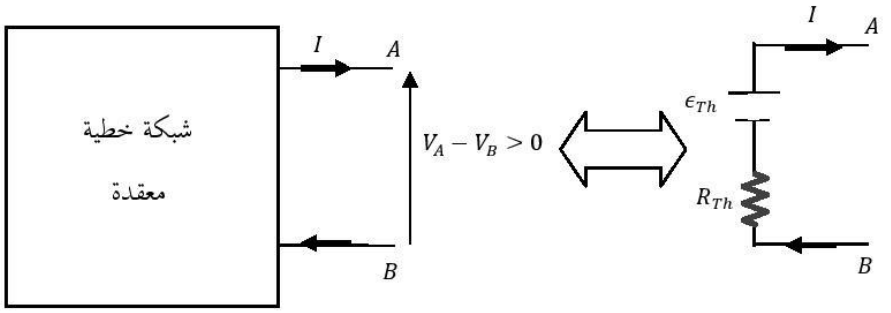
$$\begin{cases} 3I_1 - I_4 - I = -0{,}1 \\ -2I_1 + 9I_4 - I = 0.2 \\ -2I_1 - I_4 + 5I = 4.8 \end{cases}$$

حل هذه الجملة بطريقة كرامر (*Cramer*) يعطى:

$$I_1 = 0.448\ \text{A}, \quad I_4 = 0.254\ \text{A}, \quad I = 1.19\ \text{A}$$
$$I_2 = 0.742\ \text{A}, \quad I_3 = 0.936\ \text{A}, \quad I_5 = 0.194\ \text{A}$$

12.3 نظرية تفنا

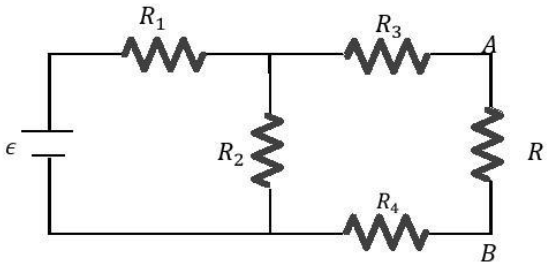
نص نظرية تفنا (***théorème de Thévenin***): كل شبكة خطية محصورة بين طرفين A و B، مهما كانت معقدة، تكافؤ مولدًا وحيدًا قوته المحركة الكهربائية ϵ_{Th} و مقاومته الداخلية R_{Th}، بحيث:



1. ϵ_{Th} هي فرق الكمون المقاس بين الطرفين A و B، عندما يكون التوصيل بين A و B محذوف (دارة مفتوحة).
2. R_{Th} هي المقاومة المكافئة بين الطرفين A و B مع حذف التوصيل بين A و B و أيضا كل مصادر الكمون والتيار.

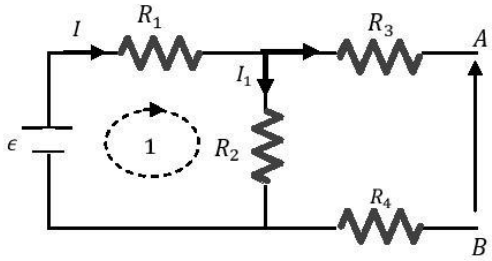
مثال: تطبيق لنظرية تفنا.

نعتبر الدارة الكهربائية الموضحة في الشكل التالي. أوجد المولد المكافئ للدارة باستعمال نظرية تفنا.



الحل:

حسب تعريف ϵ_{Th} لدينا:



الدارة مفتوحة بين طرفين A و B أي $I_2 = 0$ و $I = I_1$

$$\epsilon_{Th} = V_A - V_B = R_2 I$$

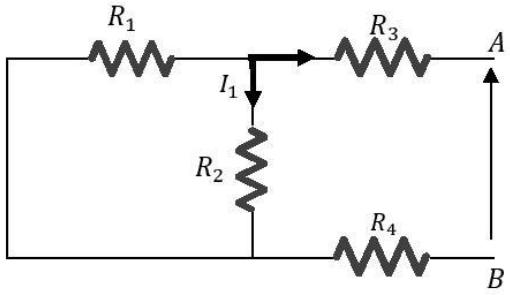
و من جهة ثانية بتطبيق قانون العروة على العروة 1 :

$$(R_1 + R_2)I - \epsilon = 0 \Longrightarrow I = \frac{\epsilon}{R_1 + R_2}$$

و منه

$$\epsilon_{Th} = \frac{R_2 \epsilon}{R_1 + R_2}$$

و لحساب R_{Th} نبقي على الدارة مفتوحة بين طرفين A و B، و نحذف المولد الكهربائي و نحسب المقاومة المكافئة للتركيب التالي:



$$R_{Th} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_4$$