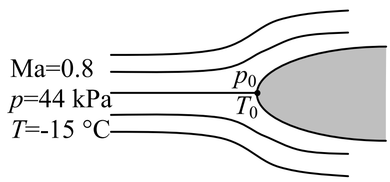
Université Med Khider - Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique
Master 1 Energétique

Dynamique des Gaz (Série n°2)

Ex. 1:

Un avion se déplace avec Ma=0.8 à une altitude où la pression et la température sont respectivement 44 kPa et -15 °C.

1. Déterminer la pression et la température de stagnation isentropique enregistrées sur l'avion.



Ex. 2:

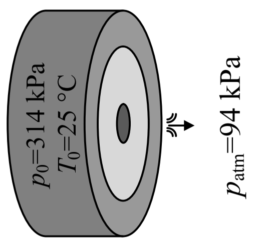
Soit l'écoulement unidimensionnel adiabatique d'un gaz parfait dans une conduite de section variable.

1. Ecrire l'équation d'énergie entre deux points de l'écoulement.
2. Donner l'expression de la vitesse de l'écoulement dans une section quelconque en fonction des propriétés de stagnation p_0 et ρ_0.
3. Donner l'expression de la vitesse maximale U_{max} que l'écoulement pourrait atteindre théoriquement.
4. Déduire l'expression de la vitesse critique U^*.

Ex. 3:

L'air (gaz parfait) dans un pneu automobile est maintenu à une pression de 314 kPa et à une température de 25 °C dans un environnement atmosphérique de pression de 94 kPa. Une fuite se développe dans le pneu à travers laquelle l'air s'échappe isentropiquement.

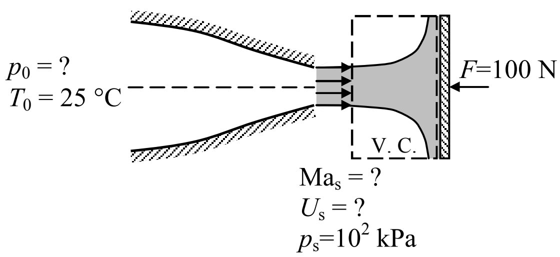
1. Calculer la vitesse de l'air à travers la fuite.
2. Après un certain temps, la pression dans le pneu chute; lorsqu'elle devient égale à 170 kPa, calculer à nouveau la vitesse de l'air à travers la fuite.



Ex. 4:

Un écoulement subsonique à travers une tuyère convergente, dont la section de sortie est égale à 15 cm^2, frappe une plaque verticale. Une force de 100 N est exercée sur la plaque pour la maintenir en position. Si la température de stagnation est 25 °C et l'écoulement est isentropique:

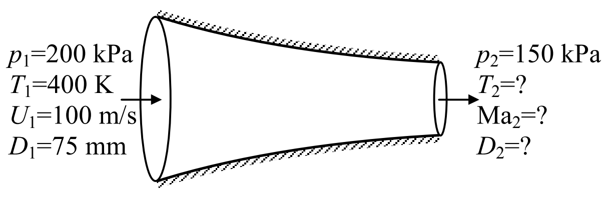
1. Calculer le nombre de Mach et la vitesse à la sortie de la tuyère.
2. Calculer la pression de stagnation.



Ex. 5:

l'air entrant une tuyère convergente axisymétrique avec p_1=200 kPa, T_1=400 K et U_1=100 m/s s'étend isentropiquement jusqu'à une pression p_2=150 kPa à la sortie de la tuyère.

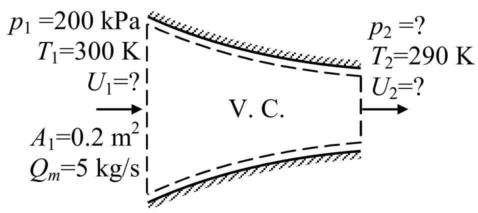
1. Si D_1=75 mm, Déterminer T_2, Ma_2 et D_2.



Ex. 6:

L'air s'écoule isentropiquement à travers une tuyère convergente avec un débit massique Q_m=5 kg/s.

1. Déterminer la force exercée par l'écoulement sur la paroi de la tuyère.



N.B. γ=1.4 R=287 J/kg·K

Série n°2 (Solutions)

Ex. 1: (déjà fait en classe)
Ex. 2: (déjà fait en classe)
Ex. 3: (déjà fait en classe)

Ex. 4:
1) La projection et l'intégration de l'équation de Qt. de Mvt. (forme intégrale) suivant x donne:
a) $-\rho_s U_s^2 A_s = -(\overline{p}A)_{plaque} = -F$ donc $\rho_s U_s^2 = F/A_s$

$$\mathrm{Ma}_s = \sqrt{\frac{U_s^2}{\gamma R T_s}} = \sqrt{\frac{\rho_s U_s^2}{\gamma p_s}} = \sqrt{\frac{F/A_s}{\gamma p_s}} = \sqrt{\frac{\frac{100}{15\cdot 10^{-4}}}{1.4\cdot 10^5}} = 0.69$$

b) $U_s = \mathrm{Ma}_s\sqrt{\gamma R T_s}$

Pour une transformation isentropique, on a:

$$T_s = T_0\left(1+\tfrac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_s^2\right)^{-1} = 298\left(1+\tfrac{1.4-1}{2}(0.69)^2\right)^{-1} = 272.15\,\mathrm{K}$$

donc: $U_s = 0.69\sqrt{1.4\cdot 287\cdot 272.15} = 228.2\,\mathrm{m/s}$

2) Pour une transformation isentropique, on a aussi: $\frac{p_0}{p_s} = \left(1+\tfrac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

alors: $p_0 = p_s\left(1+\tfrac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_s^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 10^5\left(1+\tfrac{1.4-1}{2}(0.69)^2\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 1.37\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$

Ex. 5:
a) L'air s'étend isentropiquement entre les sections (1) et (2), ce qui implique:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \text{donc} \qquad T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 400\left(\frac{150}{200}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 368.4\,\mathrm{K}$$

b) On a également: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1+\frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_1^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_2^2}$ avec $\mathrm{Ma}_1^2 = \frac{U_1^2}{\gamma R T_1}$

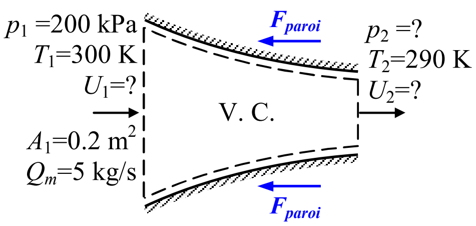
donc:
$$\mathrm{Ma}_2 = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}\left(\frac{T_1}{T_2}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}\frac{U_1^2}{\gamma R T_1}\right)-1\right)} = \sqrt{\frac{2}{1.4-1}\left(\frac{400}{368.4}\left(1+\frac{1.4-1}{2}\frac{(100)^2}{1.4\cdot 287\cdot 400}\right)-1\right)} = 0.7$$

c) Le débit massique s'exprime par: $Q_m = \rho_2 U_2 A_2 = \rho_1 U_1 A_1$

Alors: $\left(\frac{p_2}{RT_2}\right)\left(\mathrm{Ma}_2\sqrt{\gamma R T_2}\right)\left(\frac{\pi}{4}D_2^2\right) = \left(\frac{p_1}{RT_1}\right)U_1\left(\frac{\pi}{4}D_1^2\right)$

donc: $D_2 = \sqrt{\frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}\frac{U_1}{\mathrm{Ma}_2\sqrt{\gamma R T_2}}}\,D_1 = \sqrt{\frac{200}{150}\frac{368.4}{400}\frac{100}{0.7\sqrt{1.4\cdot 287\cdot 368.4}}}\cdot 75 = 50.6\,\mathrm{mm}$

Ex. 6:
Rq.: les données correctes de l'exercice n°6 sont présentées dans le schéma ci-contre:



L'équation de Qt. de Mvt. entre les sections (1) et (2) s'écrit:

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 + F_{paroi} = Q_m(U_2 - U_1) \qquad \text{donc} \qquad F_{paroi} = \overset{?}{p_2}\,\overset{?}{A_2} - p_1 A_1 + Q_m\left(\overset{?}{U_2} - \overset{?}{U_1}\right)$$

Avec:

$Q_m = \rho_1 U_1 A_1 = \frac{p_1}{RT_1} U_1 A_1$ donc $U_1 = \frac{RT_1}{p_1}\frac{Q_m}{A_1} = \frac{287 \cdot 300}{200 \cdot 10^3}\frac{5}{0.2} = 10.76\,\mathrm{m/s}$

$p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 200 \cdot 10^3 \left(\frac{290}{300}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 177.6 \cdot 10^3\ \mathrm{Pa}$

$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1+\frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_2^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_1^2} = \frac{1+\frac{\gamma-1}{2}\frac{U_2^2}{\gamma RT_2}}{1+\frac{\gamma-1}{2}\frac{U_1^2}{\gamma RT_1}}$ donc $U_2 = \sqrt{\frac{2\gamma RT_2}{\gamma-1}\left(\frac{T_1}{T_2}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}\frac{\mathrm{U}_1^2}{\gamma RT_1}\right)-1\right)}$

$U_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.4 \cdot 287 \cdot 290}{1.4-1}\left(\frac{300}{290}\left(1+\frac{1.4-1}{2}\frac{(10.76)^2}{1.4 \cdot 287 \cdot 300}\right)-1\right)} = 142.15\,\mathrm{m/s}$

$Q_m = \rho_2 U_2 A_2 = \frac{p_2}{RT_2} U_2 A_2$ donc donc $A_2 = \frac{RT_2}{p_2}\frac{Q_m}{U_2} = \frac{287 \cdot 290}{177.6 \cdot 10^3}\frac{5}{142.15} = 0.0165\,\mathrm{m}^2$

En remplaçant dans l'expression de F_{paroi}, on obtient:

$F_{paroi} = 177.6 \cdot 10^3 \cdot 0.0165 - 200 \cdot 10^3 \cdot 0.2 + 5(142.15 - 10.76) = -36412.65\,\mathrm{N}$

Le signe (-) représente le sens dont cette force est exercée (voir Figure).