République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOHAMED KHIDER, BISKRA

FACULTÉ des SCIENCES EXACTES et des SCIENCES de la NATURE et de la VIE
DÉPARTEMENT DE Biologie

Correction TD 02 :

Le 18/02/2020

Par
Dr : CHALA ADEL

BioStatistiques

2019-2020

Je dédie ce travail............

A mes parents ils m'ont tous,
avec leurs moyens, soutenu et donné
la force d'aller toujours
plus loin.

Table des matières

Chapitre 1

Questions

TD N:02 Introduction aux probabilités

Exercice 01 :

On lance une dé équilibrée une seule fois.

1/ Déterminer l'enemble des évènement totale Ω.

2/ On note par A l'évènement suivante A={ Obtenir un nombre premier} ,

a) Déterminer l'évènement A.

b) Calculer la probabilité pour que l'évènement A est vraie.

c) Calculer la probabilité pour que l'évènement $\overline{A}$ est vraie.

d) Déduire que $P(A) + P\left(\overline{A}\right) = 1$.

Exercice 02 :

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = \frac{1}{8}$, et $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

1. Supposons que A et B soient disjoints. Calculer $P(B)$.

2. Supposons que A et B soient indépendants. Calculer $P(B)$.

Exercice 03 :

Soient A, et B deux évènements dans Ω, indépendantes.

1/ Montrer que l'évènements A et $\overline{B}$ sont indépendantes.

2/ Montrer que l'évènements $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendantes.

Exercice 04 :

La probabilité pour qu'une machine tombe en panne en une journé c'est $p = 0,01$.

Quelle est la probabilité pour que la machine ne tombe pas en panne durant 6 jours.

Exercice 05 :

On lance deux pièces de dés simultanument. On note par A l'évènement (obtenir une somme égale à 6).

1/ Déterminer l'enemble des évènement totale Ω.

2/ Calculer le cardinal de Ω.

3/ Déterminer l'évènement A.

4/ Calculer la probabilité de réussite l'évènement A.

5/On note par B l'évènement (obtenir une somme $<$ à 6).

a) / Déterminer l'évènement A.

b) Calculer la probabilité de reéssite l'évènement B.

6/ On note par X c'est la variable aléatoire qui represente la somme des résultats obtenues.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

b) Calculer la probabilité d'avoir $(X \geq 9)$, et la probabilité que $(X < 5)$.

c) Calculer l'espérance de X, ainsi que l'écart-type de la variable aléatoire X.

Exercice 06 :

Le temps T nécessaire à un rat pour parcourir un labyrinthe est une variable aléatoire dont la distribution de probabilité est donnée par :

T (en secondes)	2	3	4	5	6	7
$P(T=k)$	0,1	0,1	0,3	p_5	0,2	0,1

1°/ Compléter le tableau en calculant $p_5 = P(T = 5)$.

2°/ Calculer le temps moyen, la variance, l'écart-type.

Exercice 07 :

Dans une bibliothèque comportant 100 ouvrages, il y en a 40 qui sont écrits en anglais dont 8 portent sur la biologie celullaire, et les autre sont écrits en français dont 40 parmi eux portent sur la biologie celullaire Considérons les événements suivants :

E = { le livre est écrit en anglais} , B ={ le livre porte sur la biologie celullaire }.

F={ le livre est écrit en anglais} .

1/ Déterminer la probabilité de trouver un livre écrit en Englais dans la bibliothèque.

2/ Déterminer la probabilité de trouver un livre écrit en Francais dans la bibliothèque.

3/ Déterminer la probabilité de trouver un livre porte sur la biologie celullaire sachant qu'il est écrit en Englais dans la bibliothèque.

4/ Déterminer la probabilité de trouver un livre porte sur la biologie celullaire sachant qu'il est écrit en Français dans la bibliothèque.

5/ On tire au hazard un livre on le trouve qu'il est porte sur la biologie celullaire.

a) Calculer la probabilité que le livre tiré est provienement de la partie Englais.

b) Calculer la probabilité que le livre tiré est provienement de la partie Français.

c) Calculer la probabilité que le livre tiré est provienement de la partie Englais ou la partrie Français.

Exercice 08 :

On sait que dans la population 5 hommes sur 100 sont daltoniens, contre 25 femmes sur 10 000. Un daltonien est choisi au hasard dans la population ; quelle est la probabilité que ce soit un homme ? (on admettra qu'il y a autant d'hommes que de femmes dans la population).

Exercice 09 :

Des études statistiques sur une population constituée de 60% de femmes et 40% d'hommes permettent de considérer qu'il y a 50% d'hommes et 30% de femmes qui fument. On choisit au hasard un individu de la population et on constate qu'il fume.

Quelle est la probabilité pour qu'il soit un homme ?

Exercice 10 :

On considère quatre groupes A, B, C et D. Dans chaque groupe, les proportions de personnes ayant fait des études supérieures sont respectivement de 5%, 10%, 25% et 40%. On choisit au hasard l'un des groupes et dans le groupe choisi une personne.

1. Quelle est la probabilité que la personne choisie au hasard ait fait des études supérieures ?

2. La personne choisie ayant fait des études supérieures, quelle est la probabilité qu'elle appartienne au groupe D ?

Chapitre 2

Réponse :

Exercice 01 :

1/ Ensemble des évènements totales : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, avec $|\Omega| = 6$

2/ a) Soit A l'évènement suivant (Obtenir un nobmre premier), alors $A = \{2, 3, 5\}$, avec $|A| = 3$.

b) La probabilité pour que A est vrai

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{\text{Nombre des cas convenables}}{\text{Nombre des cas possibles}} = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} \\ &= \frac{1}{2} = 50\%. \end{aligned}$$

c) La probabilité pour que $\overline{A}$ est vrai, tout d'abord on cherche $\overline{A} = \{1, 4, 6\}$, avec avec $|\overline{A}| = 3$.

La probabilité pour que $\overline{A}$ est vrai

$$\begin{aligned} P(\overline{A}) &= \frac{\text{Nombre des cas convenables}}{\text{Nombre des cas possibles}} = \frac{|\overline{A}|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} \\ &= \frac{1}{2} = 50\%. \end{aligned}$$

d) Il est facile de voir que

$$P(A) + P(\overline{A}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Exercice 02 :

Soient A et B deux événements tels que $P(A) = \frac{1}{8}$, et $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

1. Supposons que A et B soient disjoints.

Alors $A \cap B = \varnothing$, d'où $P(A \cap B) = P(\varnothing) = 0$, il vient que

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 0. \end{aligned}$$

Alors

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24} \in [0,1].$$

2/. Supposons que A et B soient indépendantes. Alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, d'où

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) \\ &= P(B)\{1 - P(A)\} + P(A). \end{aligned}$$

Alors

$$P(B) = \frac{P(A \cup B) - P(A)}{\{1 - P(A)\}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{5}{21} \in [0,1].$$

Exercice 04 :

On note par A l'évènement suivante : $A_i = \{$ La machine tombe en panne en une journée $i\}$, avec $i = \{1, 6\}$, donc $P(A_i) = 0,01$, et par A l'évènement suivante : $B = \{$ La machine ne tombe pas en panne durant six jours$\}$, alors

$$\begin{aligned} B = \{&\text{La machine tombe en panne en 1 er jour,} \\ &\text{La machine tombe en panne en 2 eme jour,} \\ &\text{La machine tombe en panne en 3 eme jour,} \\ &\text{La machine tombe en panne en 4 eme jour,} \\ &\text{La machine tombe en panne en 5 eme jour,} \\ &\text{La machine tombe en panne en 6 eme jour}\}. \end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned} P(B) &= P\{\text{La machine tombe en panne en 1 er jour,} \\ &\quad \text{La machine tombe en panne en 2 eme jour,} \\ &\quad \text{La machine tombe en panne en 3 eme jour,} \\ &\quad \text{La machine tombe en panne en 4 eme jour,} \\ &\quad \text{La machine tombe en panne en 5 eme jour,} \\ &\quad \text{La machine tombe en panne en 6 eme jour}\} \\ &= P\left(\overline{A}_1 \text{ et } \overline{A}_2 \text{ et } \overline{A}_3 \text{ et } \overline{A}_4 \text{ et } \overline{A}_5 \text{ et } \overline{A}_6\right) \\ &= P\left(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 \cap \overline{A}_4 \cap \overline{A}_5 \cap \overline{A}_6\right). \end{aligned}$$

On sait de plus que l'évènements A_i sont indépendantes (car le résultat de la 1 er jour n'influe pas dans le résulttat de la 2 eme jour), alors de même que les $\overline{A}_i$ sont indépendantes aussi, d'où

$$\begin{aligned} P(B) &= P\left(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap \overline{A}_3 \cap \overline{A}_4 \cap \overline{A}_5 \cap \overline{A}_6\right) \\ &\quad P\left(\overline{A}_1\right) \times P\left(\overline{A}_2\right) \times P\left(\overline{A}_3\right) \times P\left(\overline{A}_4\right) \times P\left(\overline{A}_5\right) \times P\left(\overline{A}_6\right) \\ &= (1 - P(A_1)) \times (1 - P(A_2)) \times (1 - P(A_3)) \times (1 - P(A_4)) \\ &\quad \times (1 - P(A_5)) \times (1 - P(A_6)) \\ &= (1 - 0,01)^6 = 1 - 6 \times 0,01 = 0,94 \in [0,1] \end{aligned}$$

Alors la probabilité d'avoir la machine ne tombe pas en panne pendant six (06) jours c'est 0,94 ou bien avec le taux de 94%.

Exercice 05 :

On lance deux pièces de dés simultanument. On note par A l'évènement (obtenir une somme égale à 6).

1/

$$\begin{aligned} \Omega &= \{1,2,3,4,5,6\} \times \{1,2,3,4,5,6\} \\ &= \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), \\ &\quad (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6), \\ &\quad (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6), \\ &\quad (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6), \\ &\quad (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6), \\ &\quad (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}. \end{aligned}$$

2/ $|\Omega| = 6^2 = 36.$

3/

$$A = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}.$$

4/ La probabilité de réussite l'évènement A c'est

$$P(A) = \frac{\text{Nombre des cas convenables}}{\text{Nombre des cas possibles}} = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{36} \in [0,1]$$

5/ a) Soit $B = \{$ Obtenir la somme <6$\}$, alors

$$\begin{aligned} B &= \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),\\ &\quad (2,1),(2,2),(2,3),\\ &\quad (3,1),(3,2),(4,1)\}. \end{aligned}$$

b) La probabilité de réussite l'évènement B c'est

$$P(B) = \frac{\text{Nombre des cas convenables}}{\text{Nombre des cas possibles}} = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \in [0,1].$$

6/ On note par X c'est la variable aléatoire qui represente la somme des résultats obtenues.

a) La loi de probabilité de la variable aléatoire X, ici il suffit de calculer la probabilité suivante $P(X=k)$ avec $k \in \{2,12\}$.

$$P(X=2) = P((1,1)) = \frac{1}{36} \in [0,1].$$

$$P(X=3) = P((1,2),(2,1)) = \frac{2}{36} \in [0,1].$$

$$P(X=4) = P((1,3),(2,2),(3,1)) = \frac{3}{36} \in [0,1]$$

$$P(X=5) = P((1,4),(2,3),(3,2),(4,1)) = \frac{4}{36} \in [0,1]$$

$$P(X=6) = P((1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)) = \frac{5}{36} \in [0,1]$$

$$\begin{aligned} P(X=7) &= P((1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)) \\ &= \frac{6}{36} \in [0,1] \end{aligned}$$

$$P(X=8) = P((2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)) = \frac{5}{36} \in [0,1]$$

$$P(X=9)=P((3,6),(4,5),(5,4),(6,3))=\frac{4}{36}\in[0,1]$$
$$P(X=10)=P((4,6),(5,5),(6,4))=\frac{3}{36}\in[0,1]$$
$$P(X=11)=P((5,6),(6,5))=\frac{2}{36}\in[0,1]$$
$$P(X=12)=P((6,6))=\frac{1}{36}\in[0,1]$$

b) Comme l'évènements $(X=9)$, $(X=10)$, $(X=11)$ et $(X=12)$ sont indépendantes, alors il vient que

$$\begin{aligned}
P(X\geq 9) &= P(X=9,\ \text{ou } X=10,\ \text{ou } X=11,\ \text{ou } X=12)\\
&= P(X=9)+P(X=10)+P(X=11)+P(X=12)\\
&= \frac{4}{36}+\frac{3}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}\in[0,1].
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
E(X) &= \sum_{i=1}^{12} x_i p_i=\sum_{i=2}^{12} x_i P(X=i)\\
&= 2\times\frac{1}{36}+3\frac{2}{36}+4\frac{3}{36}+5\frac{4}{36}+6\frac{5}{36}\\
&\quad +7\frac{6}{36}+8\frac{5}{36}+9\frac{4}{36}+10\frac{3}{36}+11\frac{2}{36}\\
&\quad +12\frac{1}{36}\\
&= \frac{257}{36}.
\end{aligned}$$

De plus pour la variance, on utilise cette formule

$$Var(X)=E\left(X^2\right)-E^2(X).$$

Alors

$$\begin{aligned}
E\left(X^2\right) &= \sum_{i=2}^{12} x_i^2 p_i=\sum_{i=2}^{12} x_i^2 P(X=i)\\
&= (2)^2\times\frac{1}{36}+(3)^2\frac{2}{36}+(4)^2\frac{3}{36}+(5)^2\frac{4}{36}+(6)^2\frac{5}{36}\\
&\quad +(7)^2\frac{6}{36}+(8)^2\frac{5}{36}+(9)^2\frac{4}{36}+(10)^2\frac{3}{36}+(11)^2\frac{2}{36}\\
&\quad +(12)^2\frac{1}{36}\\
&= \frac{1974}{36}.
\end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned} Var\,(X) &= E\left(X^2\right) - E^2\,(X) \\ &= \frac{1974}{36} - \left(\frac{257}{36}\right)^2 \\ &= \frac{5015}{1296}. \end{aligned}$$

Exercice 06 :

Le temps T nécessaire à un rat pour parcourir un labyrinthe est une variable aléatoire dont la distribution de probabilité est donnée par :

T (en secondes)	2	3	4	5	6	7
$P\,(T = k)$	0,1	0,1	0,3	p_5	0,2	0,1

1°/ Compléter le tableau en calculant $p_5 = P(T = 5)$.

Alors on sait que $\sum_{i=2}^{7} p_i = 1$, donc il vient que

$$p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = 1$$

c'est à dire que

$$P(T = 2) + P(T = 3) + P(T = 4) + P(T = 5) + P(T = 6) + P(T = 7) = 1.$$

Alors

$$\begin{aligned} p_5 &= P(T = 5) = 1 - \{P(T = 2) + P(T = 3) + P(T = 4) + P(T = 6) + P(T = 7)\} \\ &= 1 - \{0,1 + 0,1 + 0,3 + 0,2 + 0,1\} \\ &= 0,2 \in [0,1]\,. \end{aligned}$$

2/ L'espérance

$$\begin{aligned} E\,(X) &= \sum_{i=2}^{7} x_i p_i \\ &= x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4 + x_5p_5 + x_6p_6 + x_7p_7 \\ &= 2\,(0,1) + 3\,(0,1) + 4\,(0,3) + 5\,(0,2) + 6\,(0,2) + 7\,(0,1) \\ &= 4,6 \end{aligned}$$

La variance.

On sait aussi que

$$Var(X) = E\left(X^2\right) - E^2(X).$$

On calcul tout d'abord $E(X^2)$

$$\begin{aligned} E\left(X^2\right) &= \sum_{i=2}^{7} x_i^2 p_i \\ &= x_2^2 p_2 + x_3^2 p_3 + x_4^2 p_4 + x_5^2 p_5 + x_6^2 p_6 + x_7^2 p_7 \\ &= 2^2(0,1) + 3^2(0,1) + 4^2(0,3) + 5^2(0,2) + 6^2(0,2) + 7^2(0,1) \\ &= 23,2 \end{aligned}$$

Alors

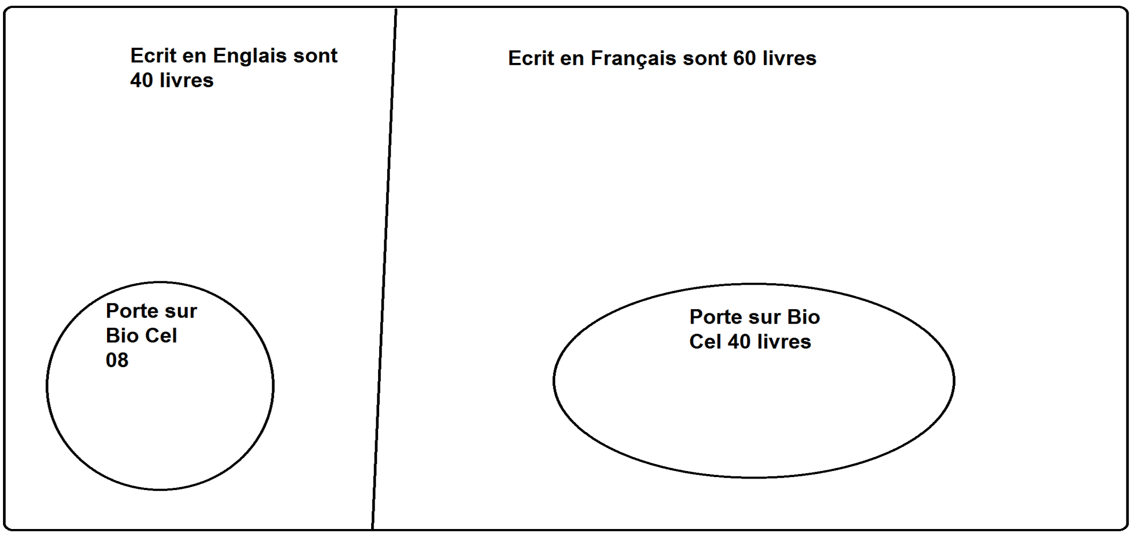
$$\begin{aligned} Var(X) &= E\left(X^2\right) - E^2(X) \\ &= 23,2 - (4,6)^2 \\ &= 2,04 \end{aligned}$$

Alors Ecart-type

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{Var(X)} \\ &= \sqrt{2,04} = 1,428. \end{aligned}$$

Exercice 07 :

$1cor$



$_{2}.png$

On note par

$$\begin{aligned} E &= \{\text{ Livre écrit en Englais}\}, \\ F &= \{\text{ Livre écrit en Français}\}, \\ B &= \{\text{ Porte sur la biologie Cellulaire}\}. \end{aligned}$$

1/ La probabilité de trouver un livre écrit en Englais c'est

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0,4 \in [0,1].$$

2/ La probabilité de trouver un livre écrit en Français c'est

$$P(F) = \frac{|F|}{|\Omega|} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} = 0,6 \in [0,1].$$

3/ L'évenement $(B\,|E)$ signer que le livre porte sur la biologie celullairesachant qu'il est écrit en englais, alors la proba de verifier cette évenements c'est

$$P(B\,|E) = \frac{|B|}{|E|} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} \in [0,1].$$

4/ L'évenement $(B\,|F)$ signer que le livre porte sur la biologie celullaire sachant qu'il est écrit en Français, alors la proba de verifier cette évenements c'est

$$P(B\,|F) = \frac{|B|}{|F|} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \in [0,1].$$

5/ a) On choisit au hazard un livre porté sur la biologie cellulaire, on calcul qu'il est écrit en Englais : c'est évènement $\{\ (E\,|B)$ évenement à postérioré$\}$, alors d'aprés la formule de Bayes on trouve

$$\begin{aligned} P(E\,|B) &= \frac{P(B\,|E)\,P(E)}{P(B\,|E)\,P(E) + P(B\,|F)\,P(F)} \\ &= \frac{\frac{1}{5}\frac{2}{5}}{\frac{1}{5}\frac{2}{5} + \frac{2}{3}\frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{5}\left(\frac{1}{5}\right)}{\frac{2}{5}\left(\frac{1}{5}+1\right)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{6}{5}} \\ &= \frac{1}{6} = 16,66\%. \end{aligned}$$

b) On choisit au hazard un livre porté sur la biologie cellulaire, on calcul qu'il est écrit en Français : c'est évènement $\{\ (F\,|B)$ évenement à postérioré$\}$, alors d'aprés la formule de Bayes on trouve

$$\begin{aligned}
P(F|B) &= \frac{P(B|F)P(F)}{P(B|F)P(F)+P(B|E)P(E)} \\
&= \frac{\frac{2}{3}\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}\frac{2}{5}+\frac{2}{3}\frac{3}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}\left(\frac{1}{5}+1\right)} \\
&= \frac{1}{\frac{6}{5}} = \frac{5}{6} = 83,33\%.
\end{aligned}$$

c) On sait que

$$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B).$$

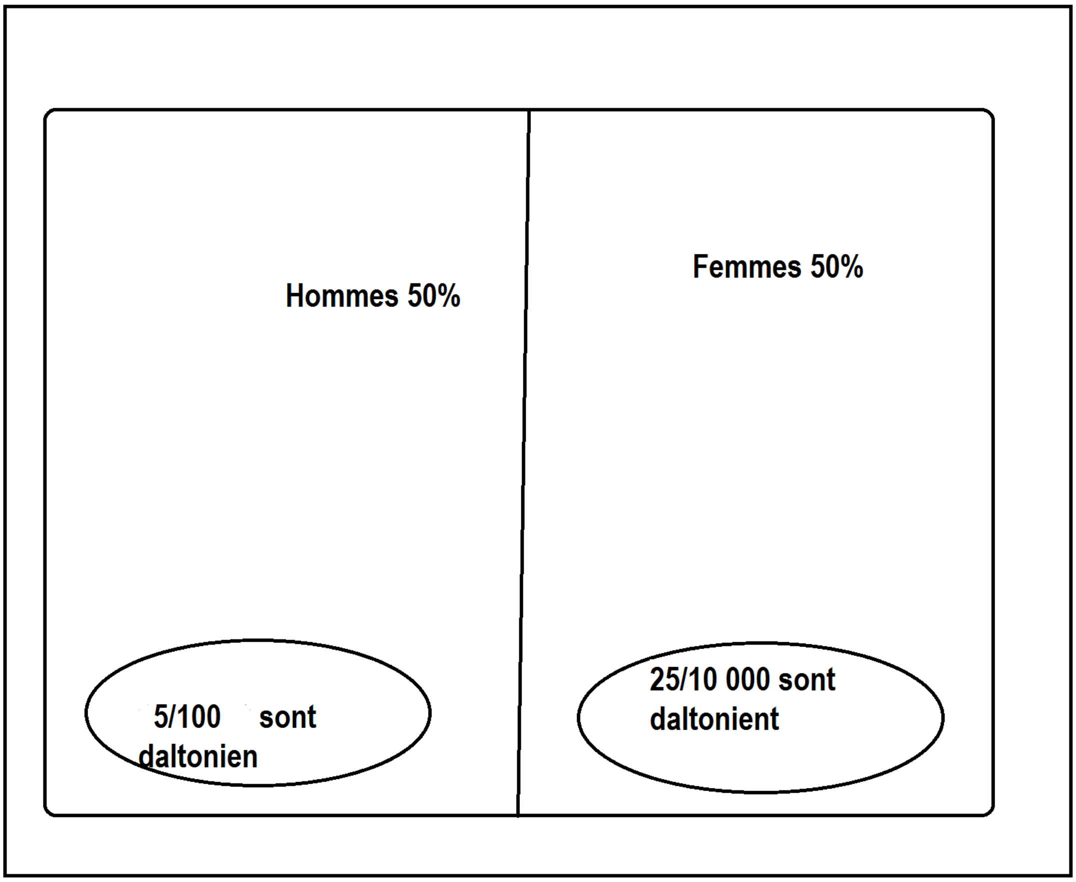
Alors même formule pour la loi de Bayes

$$\begin{aligned}
P(E\cup F|B) &= P(E|B)+P(F|B)-P(E\cap F|B) \\
&= P(E|B)+P(F|B)-P(\varnothing) \\
&= P(E|B)+P(F|B)-0 \\
&= P(E|B)+P(F|B) \\
&= \frac{1}{6}+\frac{5}{6} = 1.
\end{aligned}$$

Car on ne peut pas trouver un livre écrit en Français et en Englais en même temps, c'est pour ca $P(E\cap F|B) = 0$.

Exercice 08 :

02



3.png

On note par $H = \{$ avoir un homme$\}$, $F = \{$ avoir une Femme$\}$, et $D = \{$ est Daltonien$\}$

La probabilté d'avoir un homme sur cette population c'est 50%. La probabilté d'avoir une Femme sur cette population c'est 50%.

L'évenement $\{ \ (D\,|H)\}$ un daltonien sachant qu'il est homme.

L'évenement $\{ \ (D\,|F)\}$ un daltonien sachant qu'elle est Femme.

Alors

$$
\begin{aligned}
P\left((D\,|H)\right) &= 5/100. \\
P\left((D\,|H)\right) &= 25/10000.
\end{aligned}
$$

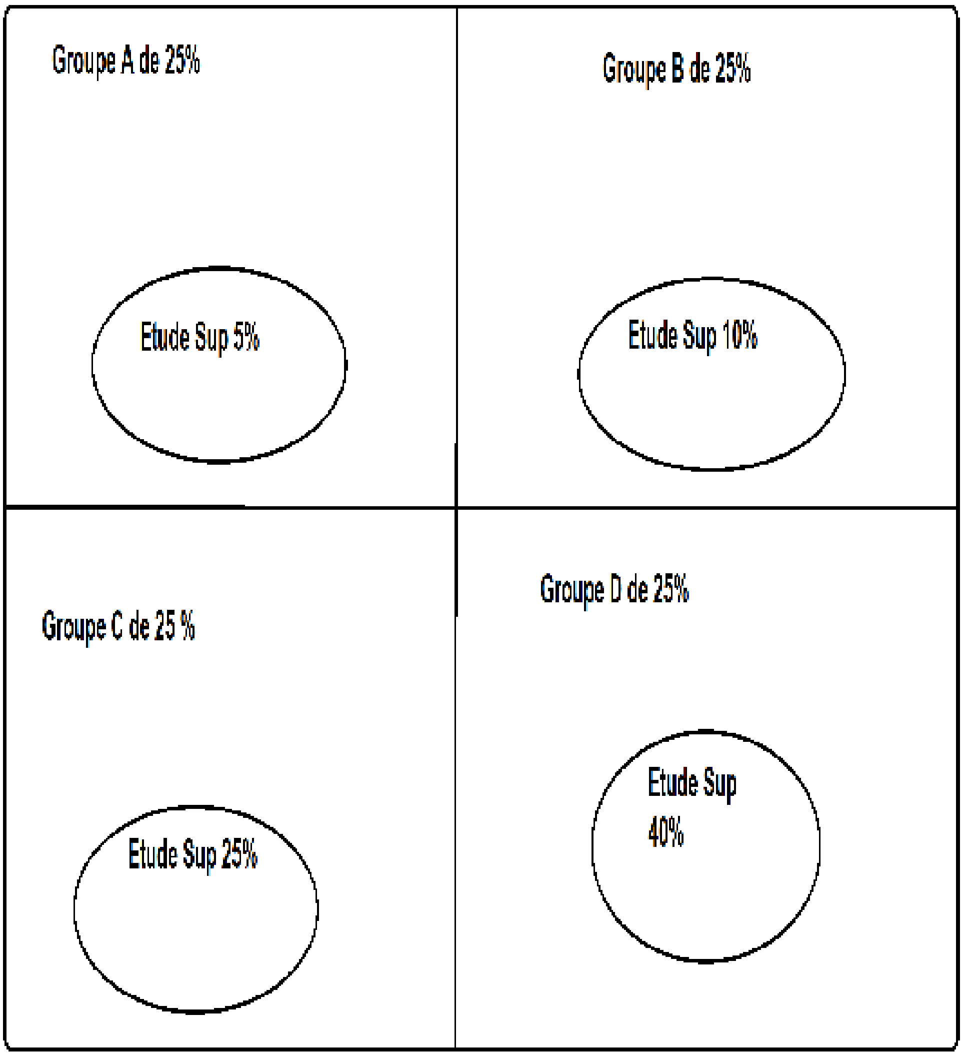
Alors l'évenement à postérioré $(H\,|D)$, pour cela on applique la formule de

Bayes

$$\begin{aligned} P(H|D) &= \frac{P(D|H)\,P(H)}{P(D|H)\,P(H)+P(D|F)\,P(F)} \\ &= \frac{\frac{5}{100}\frac{50}{100}}{\frac{5}{100}\frac{50}{100}+\frac{25}{10000}\frac{50}{100}} = 0,952 = 95,238\%. \end{aligned}$$

Exercice 10 :

03



4.png

On note par A, B, C, et D les goupes, et par S l'évènement "personne fait son étude superieure", alors

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) = P(C) = P(D) = \frac{1}{4} \\ &= 25\% = 0,25 \in [0,1]. \end{aligned}$$

1/ La probabilié qu'une personne fait l'étude sup sachant qu'elle est dans le groupe A c'est

$$\begin{aligned} P(S|A) &= 5\% = 0,05 \in [0,1], \\ P(S|A) &= 10\% = 0,10 \in [0,1], \\ P(S|A) &= 25\% = 0,25 \in [0,1], \\ P(S|A) &= 40\% = 0,40 \in [0,1]. \end{aligned}$$

Alors, la probabilité pour qu'une personne choisit au hazard ait fait l'études superieurs c'est la quantité suivante

$$\begin{aligned} P(S) &= P(S|A)P(A) + P(S|B)P(B) + P(S|C)P(C) + P(S|D)P(D) \\ &= 0,25(0,05 + 0,10 + 0,25 + 0,40) \\ &= 0,20 \in [0,1]. \end{aligned}$$

2/ La probabilité à postréoré

$$\begin{aligned} P(D|S) &= \frac{P(S|D)P(D)}{P(S)} \\ &= \frac{P(S|D)P(D)}{P(S|A)P(A) + P(S|B)P(B) + P(S|C)P(C) + P(S|D)P(D)} \\ &= \frac{0,25 \times 0,40}{0,20} = 0,5 \in [0,1]. \end{aligned}$$