Université Mohamed Khider Biskra

Faculté des sciences et de la technologie

Année Universitaire : 2019-2020

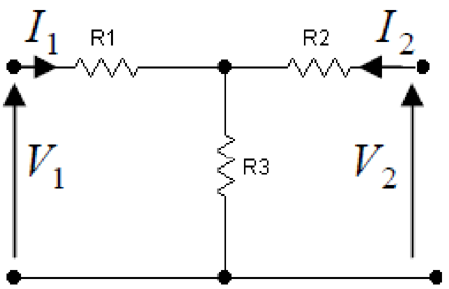
2éme Année ST

Matière: Electronique Fondamentale 1

Enseignante : S.Ouarhlent

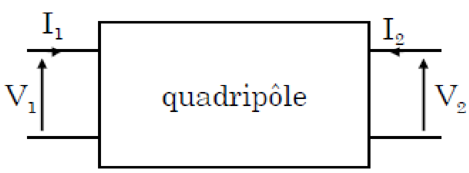
# CORRECTION _TD N°3

## 1. *Le calcul des paramètres impédances du quadripôle de la figure 1.*



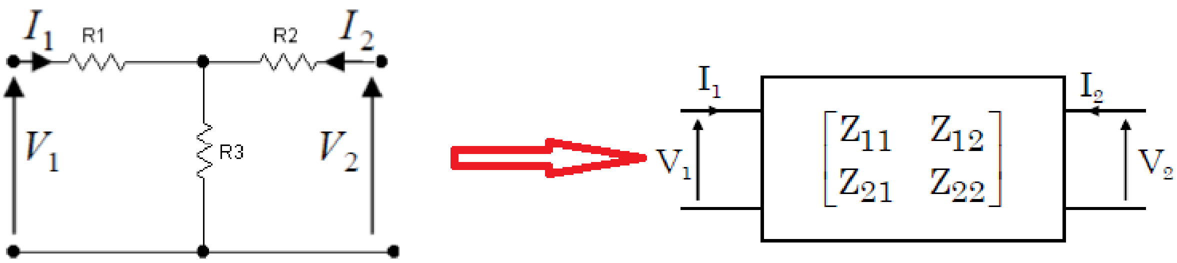

$fig.1$

On exprime les tensions en fonction des courants. Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances (résistances).




$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases}$$

## Les paramètres impédances (1ère méthode)



$fig.1$

- **Détermination de** $\begin{cases} Z_{11} : Si\ I_2 = 0\ alors\ V_1 = Z_{11}.I_1 \\ Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = R_1 + R_3 \end{cases}$

- **Détermination de** $\begin{cases} Z_{21} : Si\ I_2 = 0\ alors\ V_2 = Z_{21}.I_1 \\ Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = R_3 \end{cases}$

- **Détermination de** $\begin{cases} Z_{12} : Si\ I_1 = 0\ alors\ V_1 = Z_{12}.I_2 \\ Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_3 \end{cases}$

- **Détermination de** $\begin{cases} Z_{22} : Si\ I_1 = 0\ alors\ V_2 = Z_{22}.I_2 \\ Z_{12} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_2 + R_3 \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

## Les paramètres impédances (2ème méthode) : la loi des mailles en entrée et en sortie

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I_1 + R_3(I_1 + I_2) = (R_1 + R_3)I_1 + R_3 I_2 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_1 = R_2 I_2 + R_3(I_1 + I_2) = R_3 I_1 + (R_2 + R_3)I_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

## 2. *Le calcul des paramètres admittances du quadripôle de la figure 2.*

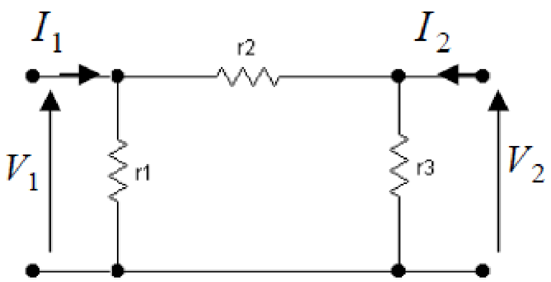
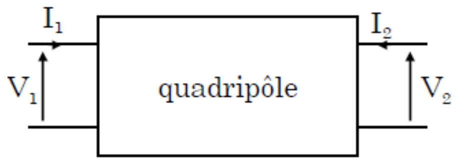


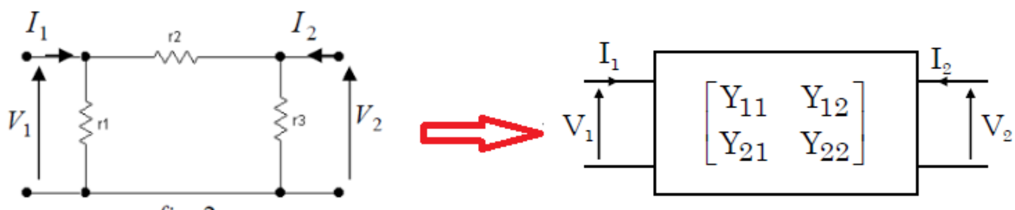

*fig .2*

On exprime les courants en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont la dimension d'admittances.



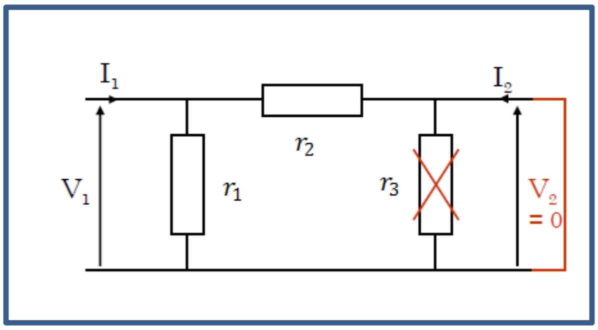

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = Y_{11}.V_1 + Y_{12}.V_2 \\ I_2 = Y_{21}.V_1 + Y_{22}.V_2 \end{cases}$$

## Les paramètres admittances(1ère méthode)



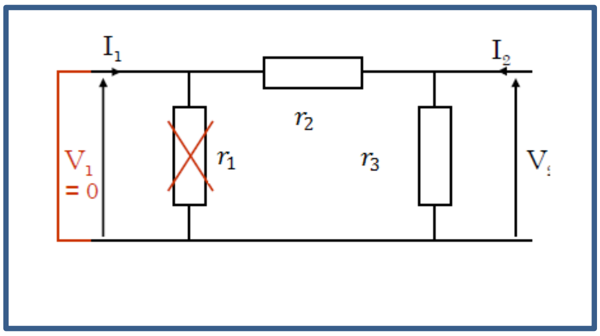

- **Détermination de** $\begin{cases} Y_{11} : Si\ V_2 = 0\ alors\ I_1 = Y_{11}.V_1 \\ Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \end{cases}$

- **Détermination de** $\begin{cases} Y_{21} : Si\ V_2 = 0\ alors\ I_2 = Y_{21}.V_1 \\ Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -\frac{1}{r_2} \end{cases}$



- **Détermination de** $\begin{cases} Y_{12} : Si\ V_1 = 0\ alors\ I_1 = Y_{12}.V_2 \\ Y_{12} = \dfrac{I_1}{V_2}\Big|_{V_1=0} = -\dfrac{1}{r_2} \end{cases}$

- **Détermination de** $\begin{cases} Y_{22} : Si\ V_1 = 0\ alors\ I_2 = Y_{22}.V_2 \\ Y_{22} = \dfrac{I_2}{V_2}\Big|_{V_1=0} = \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{1}{r_3} \end{cases}$




$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix}$$

**Les paramètres admittances (2$^{ème}$ méthode) :** On écrit la méthode des noeuds

**3. *les relations entre les résistances $R_i$ et $r_i$ lorsque les deux quadripôles sont équivalents.***

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_{11}.Z_{22} - Z_{12}.Z_{21}} . \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{21} \\ -Z_{12} & Z_{11} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \begin{bmatrix} R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_1 + R_3 \end{bmatrix}$$

## Exercice n°2

### 1. *Le calcul des paramètres impédances du quadripôle de la figure 3.*

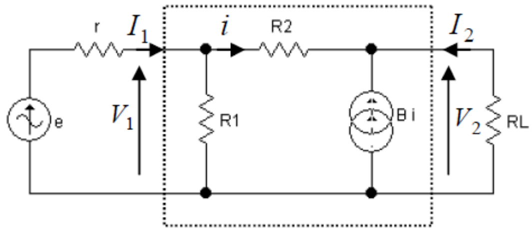
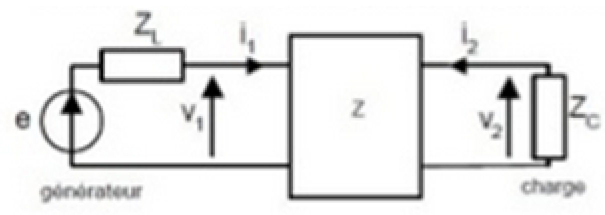



*fig.3*

$$\begin{cases} V_1 = R_1 I_1 - R_1 i \quad ou \quad i = -\dfrac{I_2}{(\beta+1)} \\ V_2 = R_1 I_1 + \dfrac{R_1}{(\beta+1)} I_2 + \dfrac{R_2}{(\beta+1)} I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \underbrace{R_1}_{Z_{11}} I_1 + \underbrace{\dfrac{R_1}{(\beta+1)}}_{Z_{12}} I_2 \\ V_2 = \underbrace{R_1}_{Z_{21}} I_1 + \underbrace{\dfrac{(R_1+R_2)}{(\beta+1)}}_{Z_{22}} I_2 \end{cases}$$

**Grandeurs caractéristiques des quadripôles :**

On considère un quadripôle décrit par sa matrice impédance $[Z]$ :




$$\boldsymbol{V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2} \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2} \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{e = Z_L I_1 + V_1} \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{V_2 = -Z_C I_2} \qquad (4)$$

Les grandeurs intéressantes sont :

- $A_V = \frac{V_2}{V_1}$ gain en tension du quadripôle.
- $A_I = \frac{I_2}{I_1}$ gain en courant.
- $Z_E = \frac{V_1}{I_1}$ impédance d'entrée.
- $Z_E = \frac{V_2}{I_2}$ impédance de sortie.

**Gain en courant (fig.3)** $A_I = \frac{I_2}{I_1}$

En combinant les équations (2) et (4) :

$$-R_L I_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \Rightarrow -(R_L + Z_{22}) I_2 = Z_{21} I_1$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{(R_L + Z_{22})}$$

$A_I = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z_{21}}{(R_L+Z_{22})} \quad (5)$, où $Z_{21} = R_1,\ Z_{22} = \frac{(R_1+R_2)}{(\beta+1)}$

**Gain en tension (fig.3)** $A_V = \frac{V_2}{V_1}$

$$(4) \Rightarrow I_2 = -\frac{V_2}{R_L} \quad (6)$$

$$(5) \Rightarrow I_1 = -\frac{(R_L + Z_{22})}{Z_{21}} I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{(R_L + Z_{22})}{Z_{21}} \frac{V_2}{R_L} \quad (7)$$

$$(6) et\ (7) dans\ (1) \Rightarrow V_1 = Z_{11} \frac{(R_L + Z_{22})}{Z_{21}} \frac{V_2}{R_L} - Z_{12} \frac{V_2}{R_L} \Rightarrow V_1 = \left( \frac{Z_{11}(R_L + Z_{22})}{Z_{21} R_L} - \frac{Z_{21} Z_{12}}{Z_{21} R_L} \right) V_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_L Z_{11} + Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}}{Z_{21} R_L}$$

En posant : $\Delta Z = Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}$

$$\Rightarrow A_V = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_{21} R_L}{R_L Z_{11} + \Delta Z}$$

## Impédance d'entrée $Z_E$

$Z_E = \frac{V_1}{I_1}$ : C'est l'impédance vue de l'entrée du quadripôle

$$(5) dans\ (1) \Longrightarrow V_1 = Z_{11}I_1 - Z_{12}\frac{Z_{21}}{(R_L + Z_{22})} I_1$$

$$\Longrightarrow V_1 = \left(Z_{11} - Z_{12}\frac{Z_{21}}{(R_L + Z_{22})}\right) I_1$$

$$\Longrightarrow \frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_{11}R_L + Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{(R_L + Z_{22})}$$

$$\Longrightarrow Z_E = \frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_{11}R_L + \Delta Z}{(R_L + Z_{22})}$$

## Impédance de sortie $Z_s$

$$Z_s = \frac{V_2}{I_2}$$

C'est l'impédance vue de la sortie du quadripôle obtenue en annulant le générateur à l'entrée du quadripôle.

$$de\ (3) et (1) \Longrightarrow V_1 = -rI_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}\ I_2$$

$$\Longrightarrow I_1 = \frac{-Z_{12}}{(r + Z_{11})} I_2 \quad , dans\ (2) \Longrightarrow V_2 = Z_{21}\frac{-Z_{12}}{(r + Z_{11})} I_2 + Z_{22}I_2$$

$$\Longrightarrow \frac{V_2}{I_2} = \left(Z_{21}\frac{-Z_{12}}{(r + Z_{11})} + Z_{22}\right) \Longrightarrow \frac{V_2}{I_2} = \frac{rZ_{22} + Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{(r + Z_{11})}$$

$$\Longrightarrow Z_s = \frac{V_2}{I_2} = \frac{rZ_{22} + \Delta Z}{(r + Z_{11})}$$

Université Mohamed Khider Biskra

Faculté des sciences et de la technologie

Année Universitaire : 2019-2020

2ème Année ST

Matière: Electronique Fondamentale 1

Enseignante : S.Ouarhlent

## Exercice n°3

**Matrice de chaîne directe :** Cette matrice est très pratique pour la mise en cascade des quadripôles. La matrice de chaîne relie les tension et courant d'entrée aux tensions et courants de sortie. Avec notre convention elle est définie par :

$$(V_1, I_1) = f(V_2, I_2)$$

### *Les matrices chaines directes des quadripôles des figures 4 et 5*

$$\begin{cases} V_1 = aV_2 + b(-I_2) \\ I_1 = cV_2 + d(-I_2) \end{cases} \Longrightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$[A] = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ : Matrice chaine

a, b, c et d sont les paramètres de chaîne directe, [A] est la matrice de chaîne directe.
a et d sont sans dimension.
b est une impédance en Ohm et c est une admittance en Ohm-1.

### *Quadripôle série*

La loi des mailles donne : $V_1 = V_2 + Z_1 I_1$ , $I_1 = -I_2$

$$V_1 = V_2 - Z_1 I_2 \Longrightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_1} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

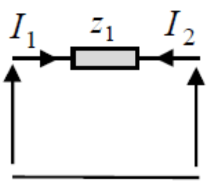



*fig.4*

### *Quadripôle parallèle*

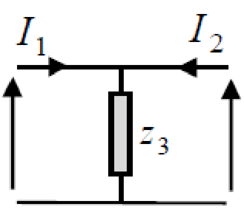



*fig.5*

$$V_2 = V_1 \ , I_1 + I_2 = I_3 \ , I_1 = I_3 - I_2 = \frac{V_2}{Z_3} - I_2 \Longrightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix}}_{A_2} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

## Associations de quadripôles

## Association en cascade

**Université Mohamed Khider Biskra**

**Faculté des sciences et de la technologie**

**Année Universitaire : 2019-2020**

**2$^{\text{éme}}$ Année ST**

**Matière: Electronique Fondamentale 1**

**Enseignante : S.Ouarhlent**

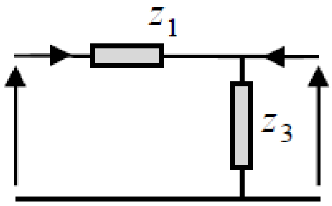


*fig.6*

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , [A_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A_{Eq}] = [A_A].[A_2] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix}$$

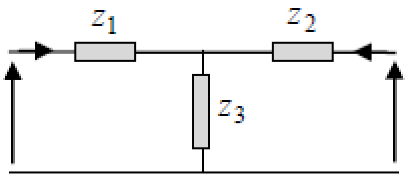


*fig.7*

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , [A_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} , [A_3] = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A_{Eq}] = [A_1].[A_2][A_3] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \left[ \qquad \qquad \right]$$

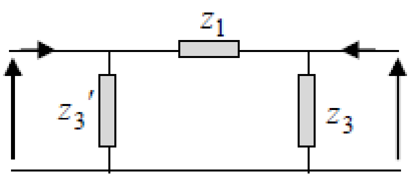
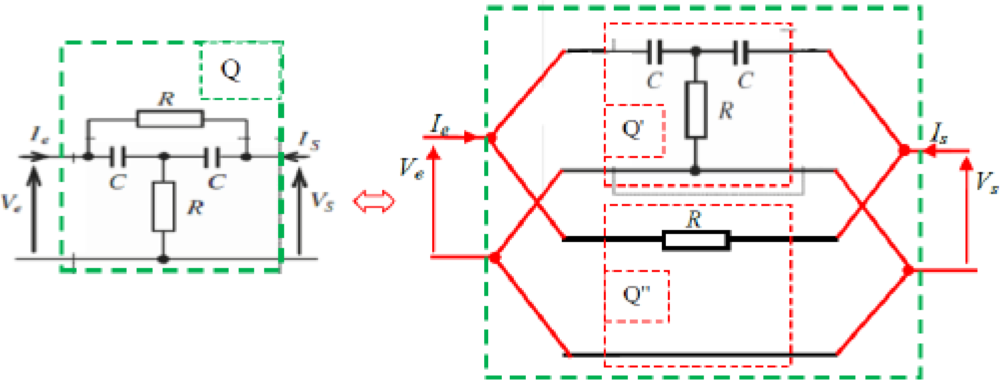


*fig.8*

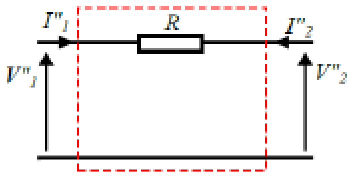
$$, [A_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} , [A_2] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , [A_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A_{Eq}] = [A_3].[A_2][A_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix}$$

# Exercice n°4




Ce montage est l'association de deux quadripôles en parallèle: le premier est un quadripôle en T (Q') et le deuxième est un quadripôle série (Q") qui contient une seule résistance R.
La matrice admittance du quadripôle Q est la somme des matrices admittance des deux quadripôles Q' et Q": [Y]=[Y']+[Y"].
On a déjà déterminé la matrice admittance du quadripôle en T. Il nous reste que déterminer la matrice admittance du quadripôle série.




- $Y''_{11} = \frac{I''_1}{V''_1}\Big|_{V''_2 = 0}$:

  Si la sortie est en court-circuit ($V''_2$=0), alors: $V''_1 = RI''_1 \Rightarrow Y''_{11} = \frac{I''_1}{V''_1} = \frac{1}{R}$
- $Y''_{22} = \frac{I''_2}{V''_2}\Big|_{V''_1 = 0}$:

  Si l'entrée est en court-circuit ($V''_1$=0), alors: $V''_2 = RI''_2 \Rightarrow Y''_{22} = \frac{I''_2}{V''_2} = \frac{1}{R}$
- $Y''_{12} = \frac{I''_1}{V''_2}\Big|_{V''_1 = 0}$:

  Si l'entrée est en court-circuit ($V''_1$=0), alors:

  $V''_2 = RI''_2 = -RI''_1 \Rightarrow Y''_{12} = \frac{I''_1}{V''_2} = -\frac{1}{R}$
- $Y''_{21} = \frac{I''_2}{V''_1}\Big|_{V''_2 = 0}$:

  Si la sortie est en court-circuit ($V''_2$=0), alors:

  $V''_1 = RI''_1 = -RI''_2 \Rightarrow Y''_{21} = \frac{I''_2}{V''_1} = -\frac{1}{R}$

Les paramètres Y de la matrice admittance du quadripôle équivalent à la mise en parallèle des deux quadripôles (quadripôle en T et quadripôle série) est donnée par:

$$Y_{11} = Y_{11}(T) + Y_{11}(série) = \frac{1}{Z_1 + (Z_3//Z_2)} + \frac{1}{R}$$

$$Y_{12} = Y_{12}(T) + Y_{12}(série) = -\frac{Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} - \frac{1}{R}$$

$$Y_{21} = Y_{21}(T) + Y_{21}(série) = -\frac{Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3} - \frac{1}{R}$$

$$Y_{22} = Y_{22}(T) + Y_{22}(série) = \frac{1}{Z_2 + (Z_3//Z_1)} + \frac{1}{R}$$