Université Mohamed Khider Biskra **Département de Mathématiques**
Faculté des SESNV
Module: Probabilités **M. Hafayed**
Interrogation-2

Exercice 1

Soit Z une variable aleatoire vérifiant $a > 0$,

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \mathbb{P}\left(Z = n\right) = \frac{a}{n}\mathbb{P}\left(Z = n-1\right).$$

(1) Exprimer $\mathbb{P}\left(Z = n\right)$ en fonction de $\mathbb{P}\left(Z = 0\right)$.
(2) Déterminer $\mathbb{P}\left(Z = 0\right)$ puis déduire $\mathbb{P}\left(Z = n\right)$.
(3) A quelle loi de probabilité usuelle correspond-elle

Exercice 2

On dit que la variable aléatoire discrète X suit une loi géométrique de paramètre $p \in]0,1[$ si X est à valeurs dans $\mathbb{N}^*$, avec $\mathbb{P}(X = n) = p(1-p)^{n-1}$. Soit $m \in \mathbb{N}$,
(1) Déterminer $\mathbb{P}(X > m)$.
(2) Montrer que X vérifie la propriété suivante, dite d'absence de mémoire

$$\forall (m,n) \in \mathbb{N}^2 : \mathbb{P}(X > n+m \mid X > n) = \mathbb{P}(X > m).$$

(3) Montrer que pour tous $n, m \in \mathbb{N}$:

$$\mathbb{P}(X > m)\mathbb{P}(X > n) = \mathbb{P}(X > m+n).$$

Exercice 3

Si X une variable aleatoire suit la loi Hypergéomertique $H(n,a,b)$:

$$\mathbb{P}(X = j) = \frac{C_a^j C_b^{n-j}}{C_{a+b}^n}, \qquad X \in \left\{\sup(0, n-b), ..., \inf(a,n)\right\},$$

(1) Etudier les cas: $a = 3, b = 5, n = 4$ & $a = 4, b = 3, n = 5$.
(2) Montrer que $E(X) = np$ et $Var(X) = np(1-p)\dfrac{(N-n)}{N-1}$.