

## Chapitre3. Ecoulement 2D dans les compresseurs axiaux (Programme : 4 semaines)

### 1. Principe de fonctionnement

L'image et la figure1 ci-dessous représentent le compresseur axial.

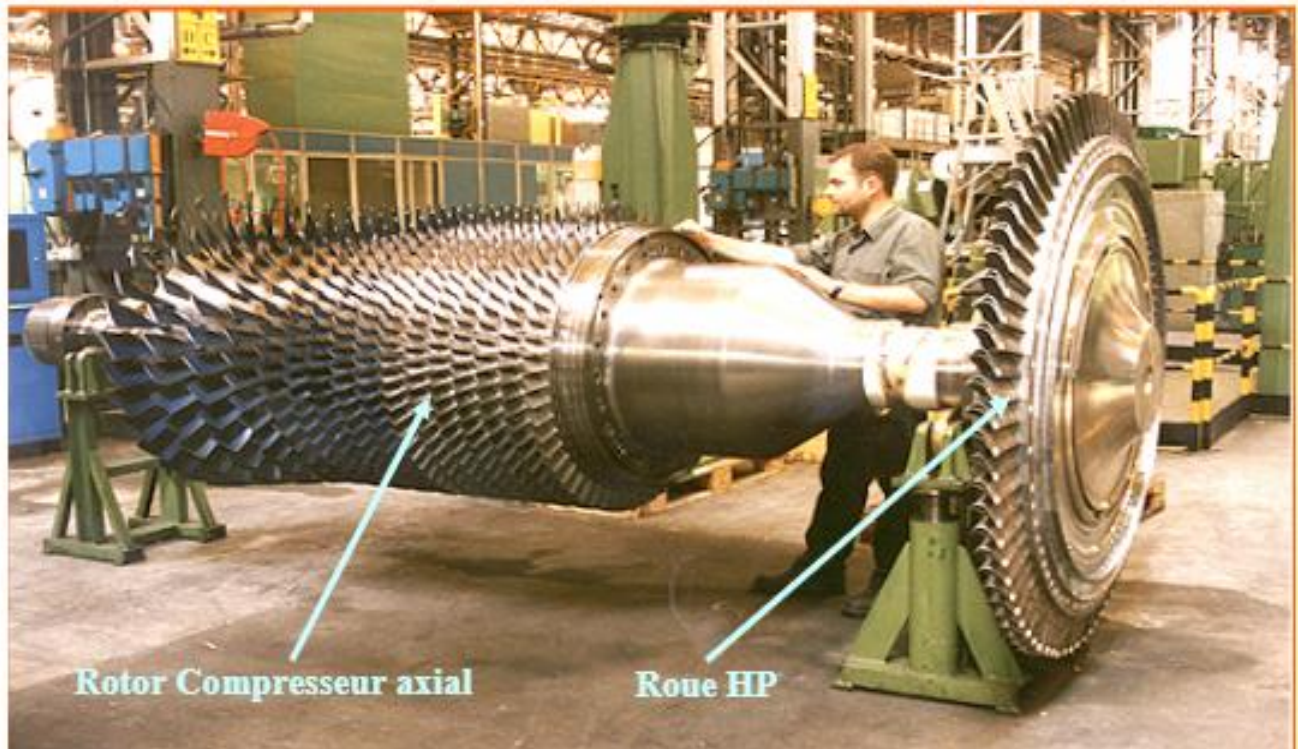


Image : Rotor du Compresseur de la Turbine à gaz [1]

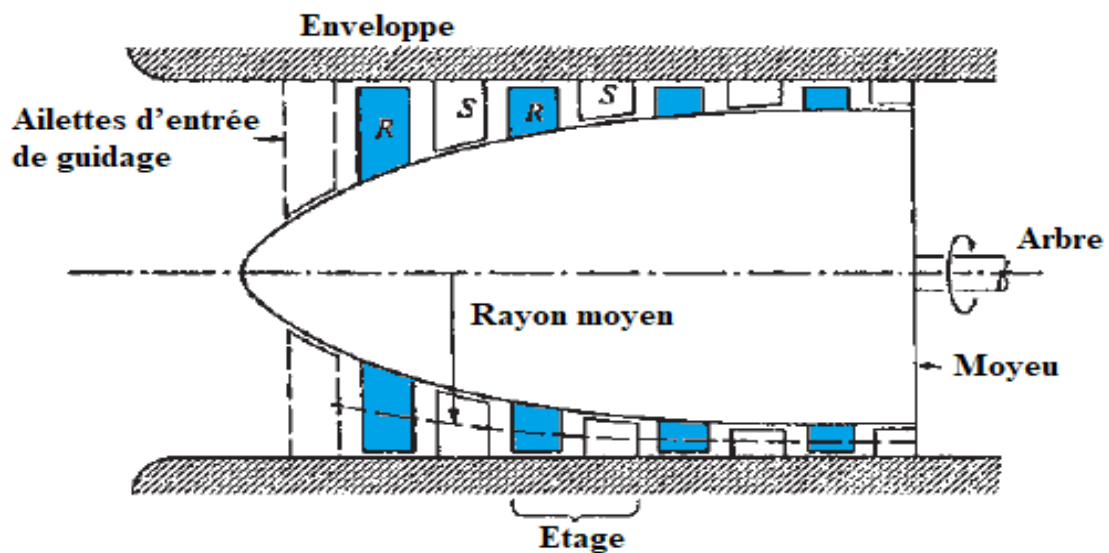


Figure 1.

Le compresseur axial génère un flux continu d'air comprimé, il est constitué de plusieurs étages. L'étage se compose d'un rotor et d'un stator placés en série donnant des taux de compression et des pressions élevées.

Chaque étage est constitué d'une couronne d'aubes mobiles fixées sur le tambour (rotor) et d'une couronne d'aubes fixes solidaires du stator (carter).

Dans le rotor, l'énergie mécanique disponible sur l'axe, est transformée en énergie de pression et cinétique qui sont transférés au fluide (air).

Dans le stator, une partie de cette énergie cinétique est récupérée et transformée en énergie de pression. La vitesse absolue à l'entrée du rotor et du stator doivent présenter un angle d'incidence tel que le fluide ne se décroche pas.

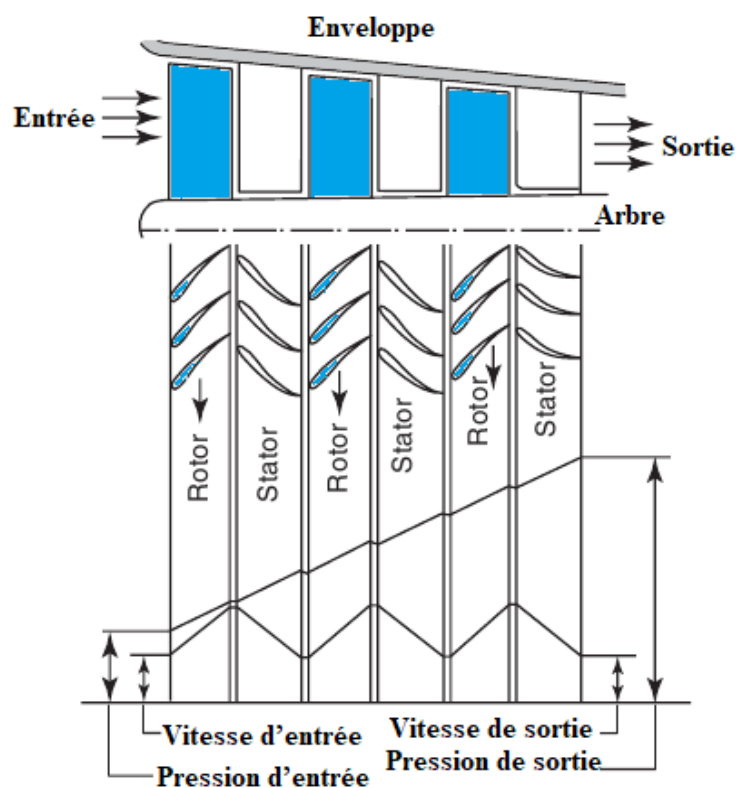


Figure 2. Évolution de la pression et vitesse le long d'un compresseur axial

Le premier étage est précédé d'un distributeur (Inlet Guide Vanes), qui dévie le fluide dans la direction axiale. Le fluide n'est pas comprimé mais seulement accéléré, figure 2.

A l'entrée et à la sortie du compresseur, l'écoulement du fluide a une vitesse débitante axiale. Les compresseurs axiaux sont caractérisés par des débits importants. Le taux de compression est lié à la vitesse de rotation et au nombre d'étages. Le taux de pression dans chaque étage est limité (de l'ordre de 1,4 pour un compresseur transsonique et de 2 pour un compresseur supersonique).

Etant donné que la pression doit augmenter dans les canaux tant mobiles que fixes, la forme des aubes doit être telle que les canaux d'écoulement soient divergents. La divergence ne doit cependant pas être trop élevée afin d'éviter le décollement de la couche limite.

## 2. Ecoulement 2D dans un compresseur axial

- Différents types de grilles d'aubes, voir figure 3.

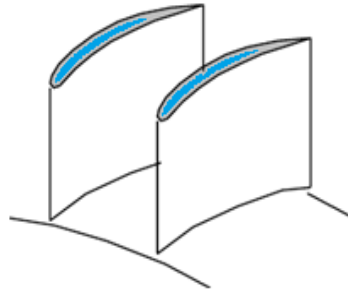


Figure 3. Grille d'aubes formant un canal de passage d'écoulement du fluide

Un compresseur axial est composé d'une succession de grille d'aubes mobiles et d'aubes fixe.

- Grille d'aube mobile (rotor), voir figure 4.

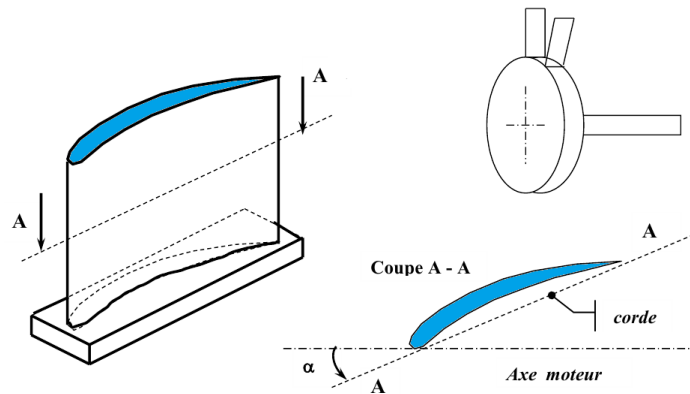


Figure 4.

- Grille d'aube fixe (stator), voir figure 5.

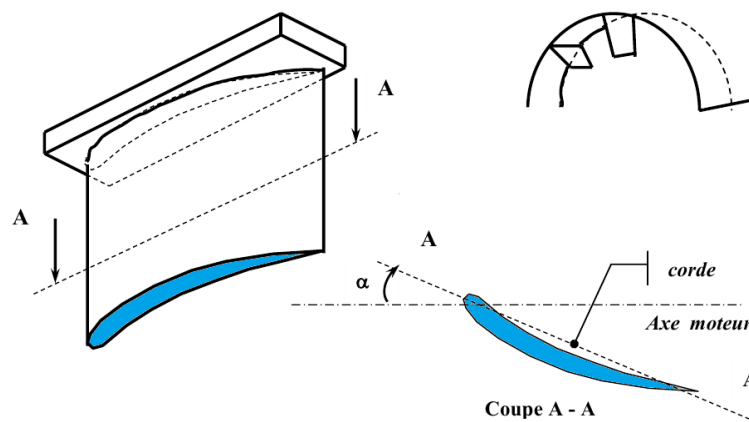


Figure 5.

- Théorème de composition des vitesses, voir figure 6.

Le triangle des vitesses est obtenu à partir de la composition (somme) des vitesses :  $\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$ . Avec la vitesse absolue (observateur fixe),  $\vec{V}$ . La vitesse relative (observateur solidaire du rotor mobile),  $\vec{W}$ . La vitesse d'entraînement de rotation du rotor,  $\vec{U}$ .

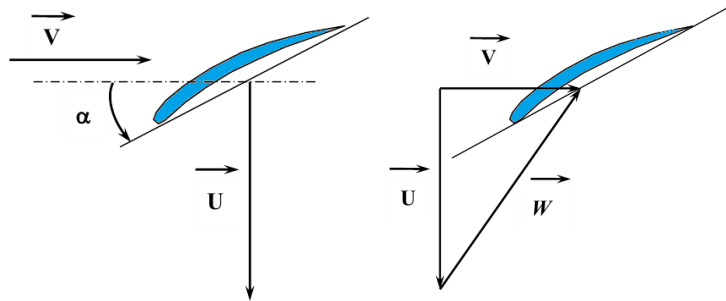


Figure 6. Triangle des vitesses

Lorsqu'elle est interposée dans un écoulement, une grille de profils d'aubes constitue, une suite de canaux qui selon la courbure des profils sont convergent, figure 7, ou divergent, figure 8 et d'après la loi de conservation du débit :  $Q = V S$  :

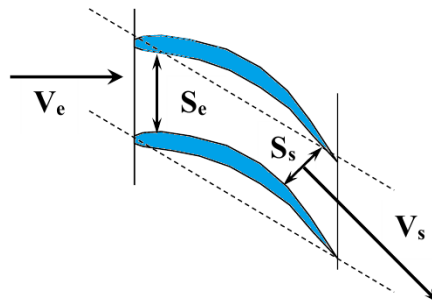


Figure 7. Canal convergent ou déviateur.

Les filets d'air sont accélérés et sont déviés de l'axe du moteur. On dit que les profils d'aubes sont déviateurs.

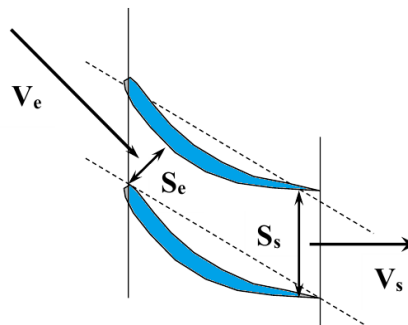


Figure 8. Canal divergent ou redresseur.

Dans le cas du canal divergent, les filets d'air sont ralentis et sont redressés dans l'axe du rotor. On dit que les profils d'aubes sont redresseurs.

- Angle d'incidence ( $i$ ) d'une aube

L'aube fonctionne comme un profil d'aile. La valeur de l'angle d'incidence ( $i$ ) conditionne l'écoulement autour de l'aube, voir figure 9. L'efficacité de l'aube dépend directement de l'angle d'incidence ( $i$ ), dans les compresseurs axiaux actuels, sa variation est :  $14^\circ \leq i \leq 17^\circ$ .

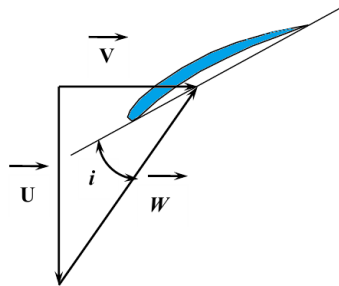


Figure 9. Angle d'incidence ( $i$ )

- Cas angle d'incidence ( $i$ ) grand

Dans ce cas, figure 10, l'écoulement sur l'extrados des aubes décolle. Ce régime correspond à une diminution de la vitesse d'entrée  $V$ , (en considérant  $U = \text{constante}$ ).

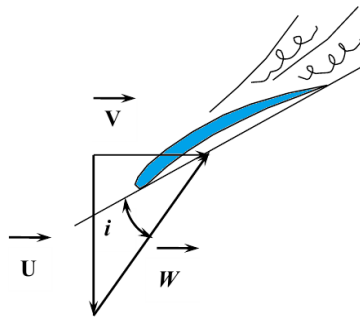


Figure 10. Décollement de l'écoulement.

- Cas d'angle d'incidence ( $i$ ) faible

C'est le cas de la figure 11, la vitesse d'entrée  $V$  augmente, (en considérant  $U = \text{constante}$ ), ou encore à une diminution de  $U$  pour une vitesse  $V$  constante.

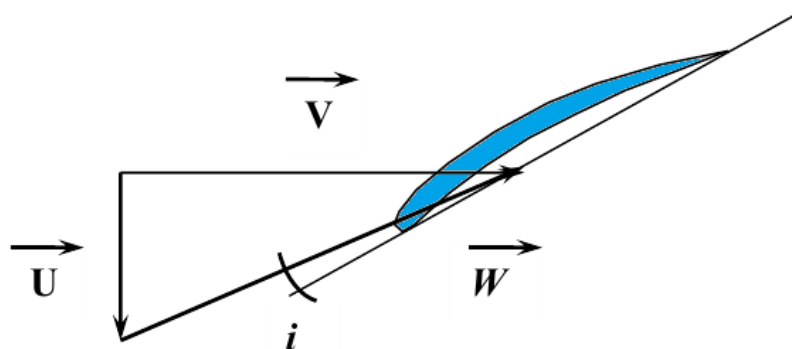


Figure 11. Angle d'incidence ( $i$ ) faible

- Angle d'incidence négatif

L'air vient frapper l'extrados de l'aube qui travaille alors en « moulinet ». La grille d'aubes freine l'écoulement figure 12.

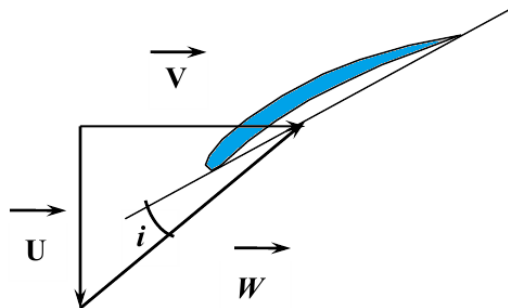


Figure 12. Ecoulement freiné

- Angle d'incidence (i) optimum

Il existe un angle d'incidence (i) et par conséquent un rapport ( $V / U$ ), qui permet d'obtenir le meilleur rendement du compresseur. Si l'on s'écarte de ce rapport optimum le rendement du compresseur diminue, alors apparaissent des instabilités dans l'écoulement.

### 3. Disposition des vitesses dans un étage complet (figure 13)

- A l'entrée du compresseur axial, l'écoulement de l'air est guidé par les aubes formant le distributeur. Le fluide s'écoule et pénètre dans le rotor dans la direction axiale.
- Chaque rangée d'aubes mobile du rotor, est suivie d'une rangée d'aubes fixes du stator qui dirige le fluide dans la direction correcte vers le rotor de l'étage suivant.
- Ecoulement à travers les aubes d'un étage

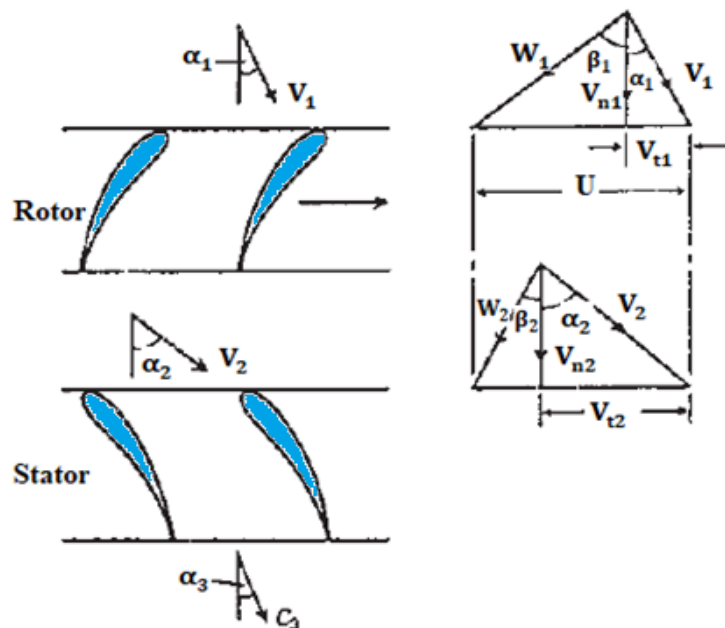


Figure 13.

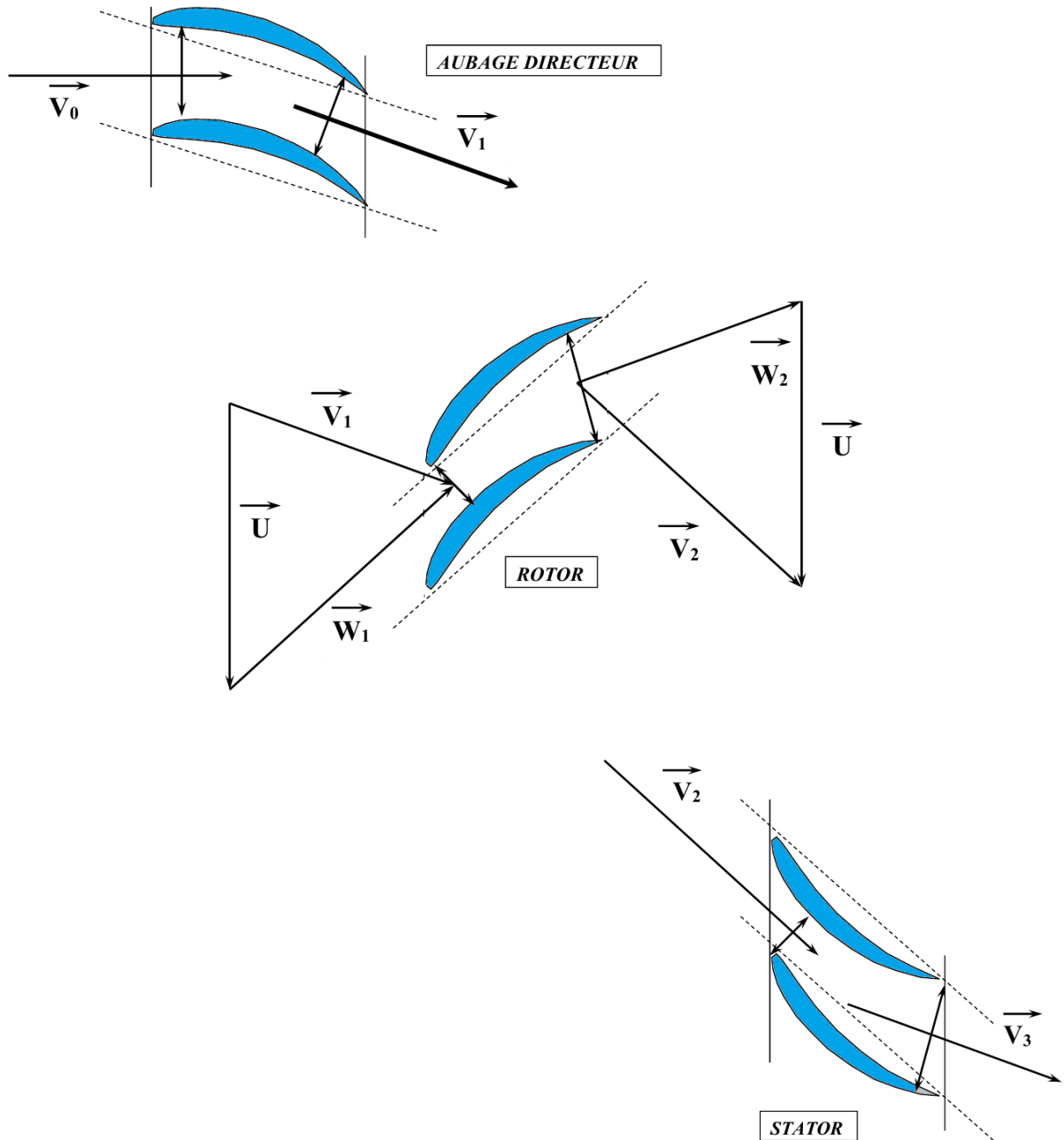


Figure 14. Ecoulement à travers les aubes d'un étage

#### 4. Degré de réaction R

La figure 15, représente le processus de compression dans le diagramme (h-s). Le compresseur axial est une machine dynamique qui assure :

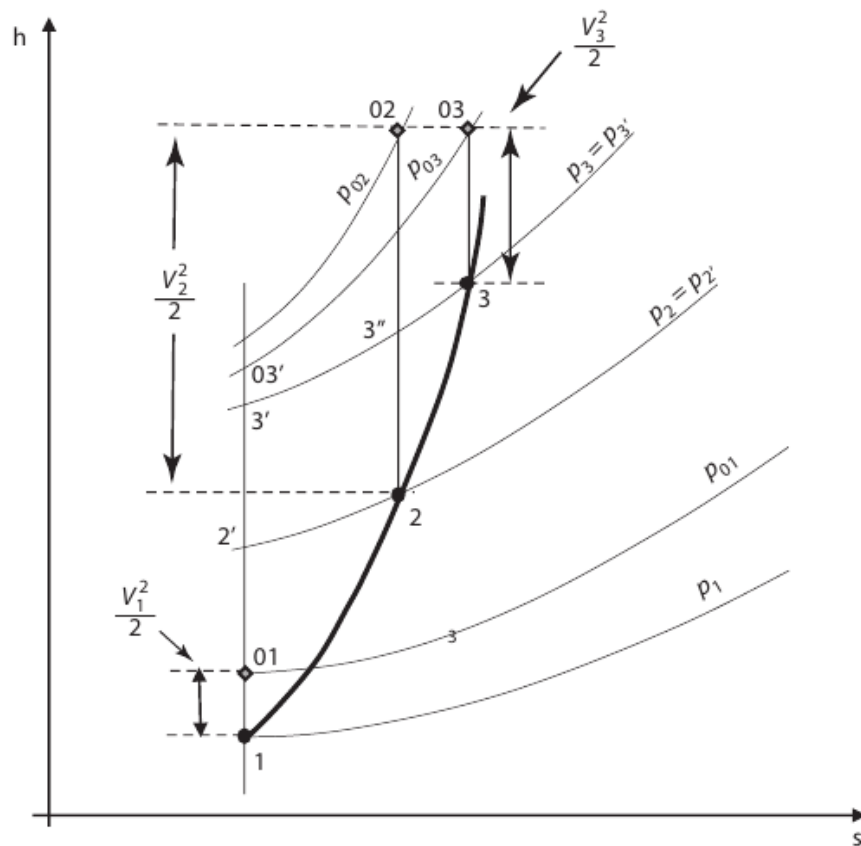


Figure 15.

- Un apport d'énergie cinétique au niveau du rotor par accélération de la masse d'air grâce au mouvement de rotation du rotor.
- La transformation de l'énergie cinétique en énergie de pression dans le stator par conversion d'énergie cinétique. Ces différentes conversions entraînent la variation de l'enthalpie du fluide à travers le rotor et stator est :

la variation d'enthalpie statique dans le rotor :  $E = h_2 - h_1$ , dans le stator pas d'énergie transférée au fluide et l'enthalpie statique est constante :  $E = h_2 - h_3 = 0$ .

Le degré de réaction, est le paramètre qui détermine la manière dont l'augmentation de pression dans l'étage est répartie entre le rotor et le stator. Il est défini par le rapport entre l'augmentation d'enthalpie statique dans le rotor, et celle dans tout l'étage.

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} \quad (1)$$

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} = \frac{(W_1^2 - W_2^2)}{(V_2^2 - V_1^2) + (W_1^2 - W_2^2)} \quad (2)$$

### 5. Rendement de la compression isentropique

$$\eta_{is} = \frac{\text{augmentation d'enthalpie isentropique}}{\text{augmentation d'enthalpie réelle}} = \frac{h_{02'} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} = \frac{C_p (T_{02'} - T_{01})}{C_p (T_{02} - T_{01})} \quad (3)$$



$$(T_{02} - T_{01}) = \frac{1}{\eta_c} (T_{02'} - T_{01}) = \frac{T_{01}}{\eta_c} \left( \frac{T_{02'}}{T_{01}} - 1 \right) \quad (4)$$

$$\frac{T_{02'}}{T_{01}} = \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\gamma-1/\gamma} \quad (5)$$

$$T_{02} - T_{01} = \frac{T_{01}}{\eta_c} \left[ \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\gamma-1/\gamma} - 1 \right] \quad (6)$$

- Détermination du degré de réaction à partir du diagramme de vitesses, figure 16

Dans le compresseur axial, les vitesses à l'entrée du rotor et à la sortie du stator sont identiques à la vitesse axiale d'écoulement du fluide :  $V_1 = V_3 = V_a$ , et de même les angles absolus à l'entrée et à la sortie sont égaux :  $\alpha_1 = \alpha_3$ .

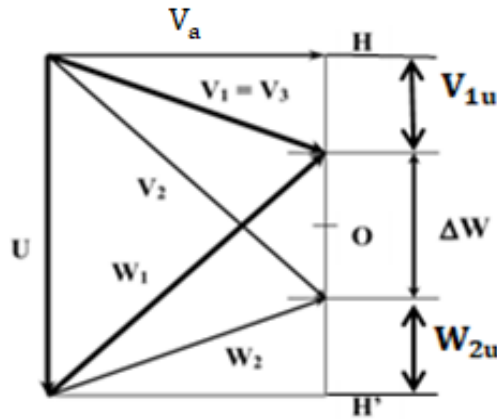


Figure 16.

Le compresseur est axial, on a alors :

$$V_1 = V_3 = V_a \quad (7)$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad (8)$$

Dans les triangles de vitesses dans un étage, figure 16 on a :

$$W_2^2 = V_a^2 + W_{2u}^2 \quad (9)$$

$$W_1^2 = V_a^2 + (W_{2u} + \Delta W)^2 \quad (10)$$

$$V_2^2 = V_a^2 + (V_{1u} + \Delta V_u)^2 \quad (11)$$

$$V_1^2 = V_a^2 + V_{1u}^2 \quad (12)$$

En constatant que :

$$\Delta V_u = \Delta W \quad (13)$$

$$W_{2u} + \Delta W + V_{1u} = U \quad (14)$$

$$R = \frac{-(W_2^2 - W_1^2)}{(V_2^2 - V_1^2) - (W_2^2 - W_1^2)} \quad (15)$$

Au numérateur on a :

$$-(W_2^2 - W_1^2) = -[(V_a^2 + W_{2u}^2) - (V_a^2 + (W_{2u} + \Delta W)^2)] \quad (16)$$

$$= -[(V_a^2 + W_{2u}^2) - (V_a^2 + W_{2u}^2 + \Delta W^2 + 2 W_{2u} \Delta W)] \quad (17)$$

$$= (\Delta W^2 + 2 W_{2u} \Delta W) \quad (18)$$

Au dénominateur on a :

$$(V_2^2 - V_1^2) = (V_a^2 + (V_{1u} + \Delta V_u)^2) - (V_a^2 + V_{1u}^2) \quad (19)$$

$$= (V_a^2 + V_{1u}^2 + \Delta V_u^2 + 2 V_{1u} \Delta V_u) - (V_a^2 + V_{1u}^2) \quad (20)$$

$$= (\Delta V_u^2 + 2 V_{1u} \Delta V_u) \quad (21)$$

$$= (\Delta V_u^2 + 2 V_{1u} \Delta V_u) \quad (22)$$

$$(V_2^2 - V_1^2) - (W_2^2 - W_1^2) = (\Delta V_u^2 + 2 V_{1u} \Delta V_u) - \Delta W(\Delta W + 2 W_{2u}) \quad (23)$$

$$= (\Delta V_u^2 + 2 V_{1u} \Delta V_u) - \Delta W(\Delta W + 2 W_{2u}) \quad (24)$$

Avec :  $\Delta V_u = \Delta W$

$$= \Delta W(\Delta W + 2 V_{1u} \Delta W) - \Delta W(\Delta W + 2 W_{2u}) \quad (25)$$

Finalemment :

$$= \Delta W[\Delta W + 2 V_{1u} \Delta W + \Delta W + 2 W_{2u}] \quad (26)$$

$$= 2 \Delta W[\Delta W + V_{1u} + W_{2u}] \quad (27)$$

Le degré de réaction est :

$$R = \frac{2 \Delta W (\Delta W + 2 W_{2u})}{2 \Delta W [\Delta W + V_{1u} + W_{2u}]} = \frac{\Delta W + 2 W_{2u}}{\Delta W + V_{1u} + W_{2u}} = \frac{W_{2u} + \Delta W/2}{U} \quad (28)$$

Ce qui, après calcul on obtient, l'expression du degré de réaction en fonction des composantes tangentielles des vitesses du rotor :

$$R = \frac{W_{2u} + \Delta W/2}{U} \quad (29)$$

- Energie de pression

On démontre que :

- l'énergie de pression gagnée dans un étage s'écrit :

$$P_3 - P_1 = \rho U \Delta W \quad (30)$$

Pour accroître le gain de pression, il suffit d'augmenter soit U soit  $\Delta W$ , mais deux difficultés s'imposent :

- U est limitée par des contraintes d'ordre mécaniques et par l'apparition de phénomènes soniques en bout d'aubes.

-  $\Delta W$  est limitée par l'apparition d'instabilités de fonctionnement du compresseur.

Calcul du degré de réaction à partir du triangle de vitesses, voir figure 17

L'expression précédente donnant l'énergie de pression gagnée dans un étage, ne suffit pas à définir de façon précise la conversion d'énergie dans l'étage de compression. En effet dans les trois cas présentés ci-dessous  $U$  et  $\Delta W$ , ne varie pas. Le travail de compression reste donc constant. Ce qui diffère, c'est la façon dont est obtenue la compression.

- Triangle de vitesses différents cas :

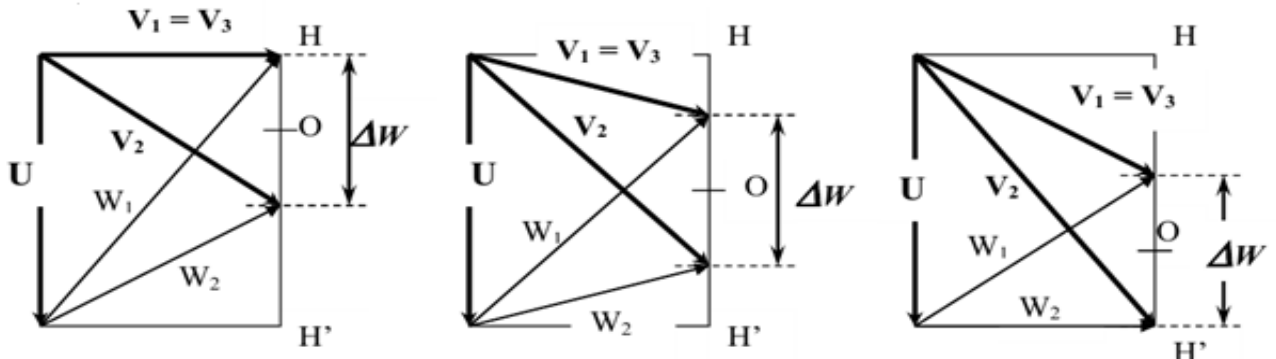


Figure 18.

Degré de réaction, c'est le rapport entre l'énergie de pression gagnée dans le rotor à celui dans l'étage complet.

$$R = OH' / HH'$$

On montre que l'énergie de pression s'écrit :

- dans la grille mobile :  $P_2' - P_1' = \rho OH' \Delta W$

- dans la grille fixe :  $P_3' - P_2' = \rho HO \Delta W$

Cas :  $OH' > HO \Rightarrow (P_2' - P_1') > (P_3' - P_2')$

La compression dans le rotor est plus forte que dans le stator figure 18

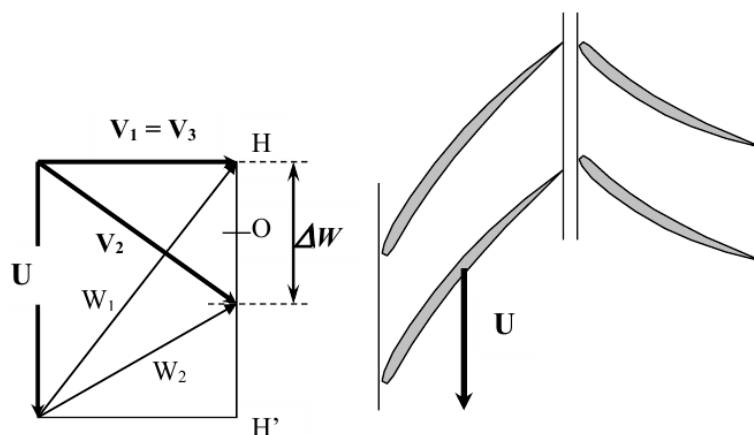


Figure 19.

$$\text{Cas : } OH' = HO \Rightarrow (P_{2'} - P_{1'}) = (P_{3'} - P_{2'})$$

La compression est la même dans le rotor et dans le stator voir figure 19

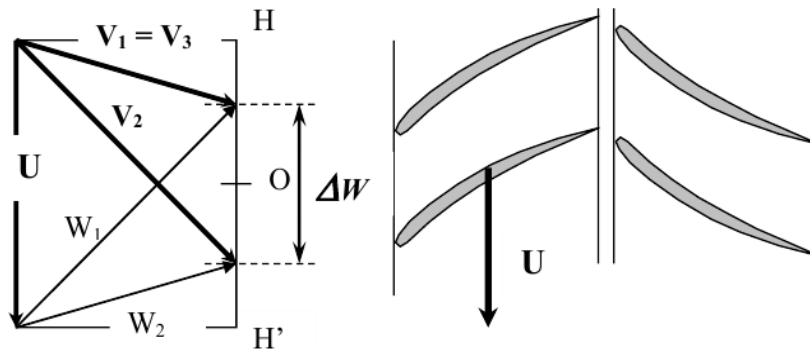


Figure 20

$$\text{Cas : } OH' < HO \Rightarrow (P_{2'} - P_{1'}) < (P_{3'} - P_{2'})$$

La compression dans le stator est plus forte que dans le rotor figure 20

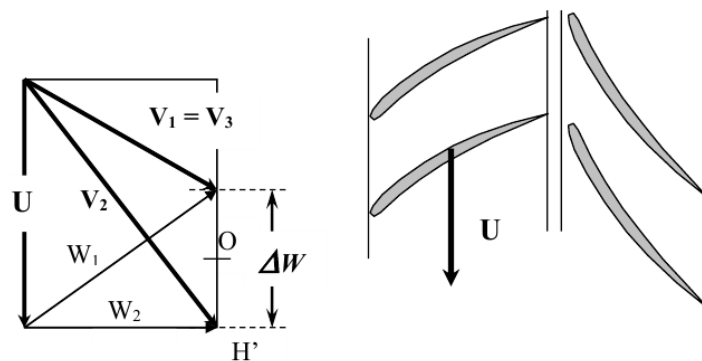


Figure 21

Dans un étage de compresseur, le rotor reçoit de l'énergie mécanique. La fonction du compresseur est de convertir et transférer cette énergie, sous forme d'énergie cinétique et de pression, à l'air qui le traverse. Il résulte donc :

Dans le rotor

- Augmentation de l'énergie de pression :  $P_{2'} - P_{1'} = \rho OH' \Delta W$
- Augmentation de la vitesse donc de l'énergie cinétique :  $\frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2)$

Dans le stator

- Transformation de l'énergie de vitesse  $\frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2)$  en énergie de pression :  $P_{3'} - P_{1'} = \rho HO \Delta W$
- Modification de la direction de l'écoulement de manière qu'en sortie du stator, cette direction soit la même qu'à l'entrée du rotor de l'étage suivant (compresseur périodique).

## 6. Equation d'Euler

Le travail ou énergie mécanique transféré par unité de débit massique échangé dans le rotor est donné par l'équation d'Euler des turbomachines :

$$\dot{W} = U_2 V_{t2} - U_1 V_{t1} \quad (31)$$

Comme dans un compresseur axial, on a  $U_2 = U_1$ , et  $V_{t1} = V_{t2}$ , et la vitesse axiale étant égale à  $V_n$ , d'après le triangle des vitesses on peut écrire alors :

$$\dot{W} = U (V_{t2} - V_{t1}) \quad (32)$$

$$\dot{W} = U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) \quad (33)$$

$$\dot{W} = U V_n (\operatorname{tg}\beta_1 - \operatorname{tg}\beta_2) \quad (34)$$

Aussi :

$$\frac{U}{V_n} = (\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\beta_1) \quad (35)$$

$$\frac{U}{V_n} = (\operatorname{tg}\alpha_2 + \operatorname{tg}\beta_2) \quad (36)$$

Toute l'énergie mécanique du rotor est absorbée par l'air, est utilisée principalement à élever la pression, la vitesse de l'air et à surmonter les diverses pertes par frottement. En négligeant les dissipations visqueuses et frottement, dans le cas théorique par équivalence des énergies et en contrepartie de l'énergie mécanique, il y'a aussi élévation de la température de stagnation  $\Delta T_{0s}$ . Etant la vitesse de l'air sortant du premier étage  $V_3$ , est égale à  $V_1$ , en notant  $\Delta T_{0s}$ , l'élévation de la température de stagnation et statique  $\Delta T_s$ . on a par conséquent :

$$\Delta T_{0s} = \Delta T_s = \frac{U V_n}{C_p} (\operatorname{tg}\beta_1 - \operatorname{tg}\beta_2) \quad (37)$$

A partir de l'équation

$$\dot{W} = U V_n (\operatorname{tg}\beta_1 - \operatorname{tg}\beta_2) \quad (38)$$

Sachant que pour un compresseur axial on a  $\alpha_1 = \beta_2$ , alors on peut écrire :

$$\dot{W} = U [(U - V_n \operatorname{tg}\alpha_1) - V_n \operatorname{tg}\beta_2] \quad (39)$$

$$\dot{W} = U [U - V_n (\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\beta_1)] \quad (40)$$

En réalité l'écoulement est en 3D, il y'a variation du profil de la vitesse axial selon la hauteur de l'aube, figure 21. La vitesse axiale est non uniforme le long de la hauteur de l'aube. L'influence des couches limites à l'extrémité de la paroi sont responsables de ce phénomène. De ce fait Il résulte une diminution de l'augmentation de la température théorique dans le compresseur.

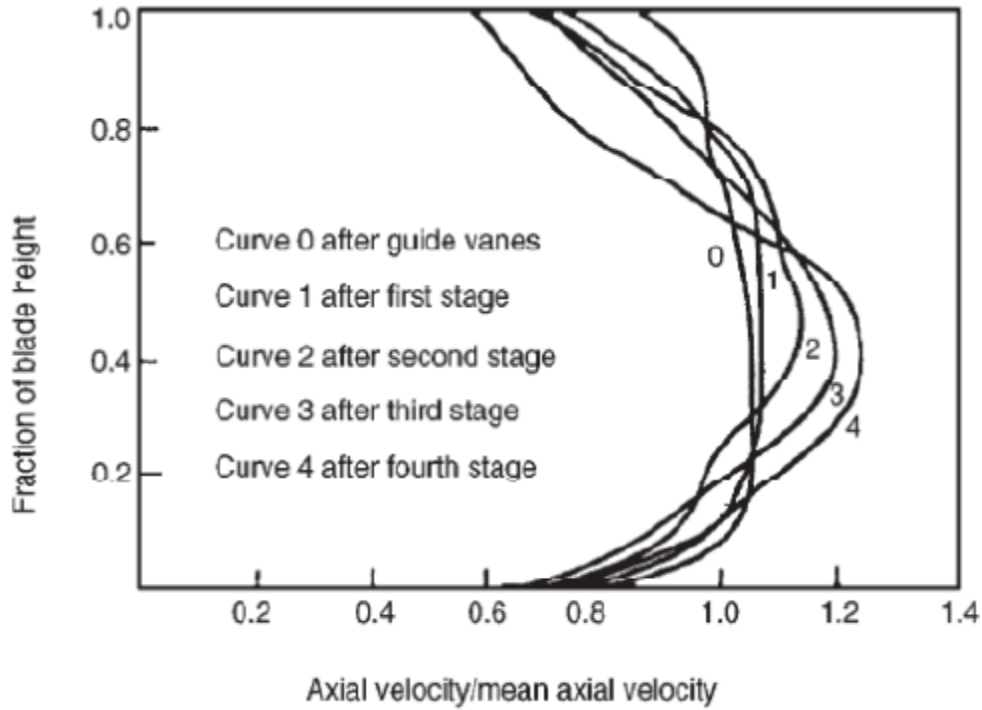


Figure 22.

Comme par conséquent, le travail convertis diminue dans la région où  $V_n$ , est élevé. Le rapport entre le travail réel absorbé, à sa valeur théorique calculée à partir de l'équation d'Euler est différent de 1. Ceci est caractérisé par l'introduction du facteur du travail effectué, (Work Done Factor) =  $\lambda$ , de valeur comprise entre 0,96 et 0,85. Comme  $\alpha_1$  et  $\beta_2$  sont constants pour un compresseur axial, une augmentation de  $V_n$ , se traduira par une diminution du travail convertis et vice-versa, donc moins de travail transféré à l'air dans la région où  $V_n$ , est élevé.

Alors l'augmentation de la température s'écrit comme suit :

$$\Delta T_{0s} = \frac{\lambda}{c_p} U V_n (\text{tg}\beta_1 - \text{tg}\beta_2) \quad (41)$$

Le rapport de pression est

$$R_s = \left[ 1 + \eta_s \frac{\Delta T_{0s}}{T_{01}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (42)$$

Avec  $\eta_s$  = le rendement isentropique

### 7. Calcul du degré de réaction utilisant l'équivalence d'énergie thermique

Considérant l'augmentation de la température statique dans le rotor  $\Delta T_A$ , et dans le stator  $\Delta T_B$ , l'énergie mécanique s'écrit pour une transformation isentropique comme suit :

$$W = C_p (\Delta T_A + \Delta T_B) = C_p \Delta T_s \quad (42)$$

$$= U V_n (\text{tg}\beta_1 - \text{tg}\beta_2) \quad (43)$$

$$= U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) \quad (44)$$

Comme l'énergie mécanique transférée à l'air provient du rotor on peut écrire

$$W = C_p \Delta T_A + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) \quad (45)$$

La combinaison des équations (44) et (45)

$$W = U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) - \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) \quad (46)$$

Et à partir des triangles de vitesses :  $V_2 = V_n \cos\alpha_2$ , et  $V_1 = V_n \cos\alpha_1$ .

Donc :

$$C_p \Delta T_A = U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) - \frac{1}{2} V_n^2 (\sec^2\alpha_2 - \sec^2\alpha_1) \quad (47)$$

$$= U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) - \frac{1}{2} V_n^2 (\operatorname{tg}^2\alpha_2 - \operatorname{tg}^2\alpha_1) \quad (48)$$

La définition du degré de réaction

$$R = \frac{\Delta T_A}{\Delta T_A + \Delta T_B} \quad (49)$$

$$= \frac{U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1) - \frac{1}{2} V_n^2 (\operatorname{tg}^2\alpha_2 - \operatorname{tg}^2\alpha_1)}{U V_n (\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1)} \quad (50)$$

$$= 1 - \frac{V_n}{2U} (\operatorname{tg}\alpha_2 + \operatorname{tg}\alpha_1) \quad (51)$$

En additionnant les équations (35) et (36)

$$\frac{2U}{V_n} = \operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\alpha_2 + \operatorname{tg}\beta_2 \quad (52)$$

$$R = \frac{V_n}{2U} \left[ \frac{2U}{V_n} - \frac{2U}{V_n} + \operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2 \right] = \frac{V_n}{2U} (\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2) \quad (53)$$

En général le degré de réaction est égale à 50%, le quel conduit à la relation suivante :

$$(\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2) = \frac{U}{V_n} \quad (54)$$

En utilisant les équations (31) et (35)

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\beta_2 \Rightarrow \alpha_1 = \beta_2$$

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \operatorname{tg}\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \beta_1$$

$$\text{Si } R = \frac{1}{2} \Rightarrow (\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2) = \frac{U}{V_n} \quad (55)$$

D'après les équations (31) et (35) et  $\alpha_2 = \beta_1$ , ceci en supposant le cas théorique  $\lambda = 1$ , il y'a symétrie en réalité  $\lambda \neq 1$ , alors le degré de réaction R n'est plus exactement égale à 0,5. Puisque nous savons,  $V_1 = V_2$ , il en résulte que  $\alpha_1 = \alpha_3$ . Du fait l'égalité des angles,  $\alpha_1 = \beta_2$ , et  $\beta_1 = \alpha_2$ . Dans ces conditions, les triangles de vitesse deviennent symétriques.

Dans l'équation. (5,12), le rapport de vitesse axiale à la vitesse l'aube est appelée coefficient de l'écoulement et notée  $\Phi$ . Pour un degré de réaction de 50%,  $(h_2 - h_1) = (h_3 - h_1)$ , ce qui implique l'enthalpie statique et l'augmentation de température dans le rotor et le stator sont égaux. Si, pour une valeur donnée de  $V_n/U$  et  $\beta_2$ , choisie supérieure à  $\alpha_2$ , (fig. 5,5), alors l'élévation de la pression statique dans le rotor est supérieure à l'élévation de la pression statique dans le stator et le degré de réaction est supérieure à 50%.

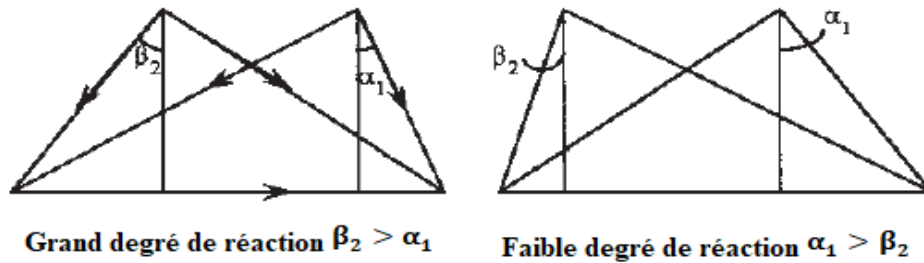


Figure 23.