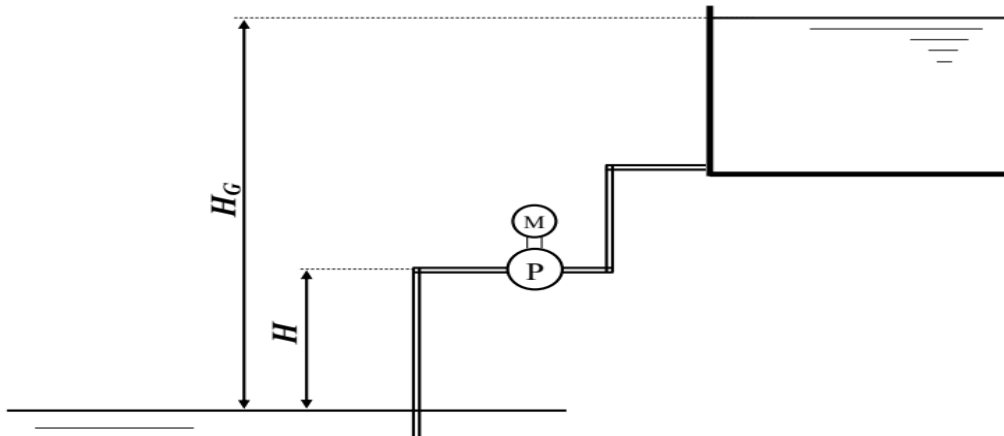


TD PSP N-04

Exercice :

- On considère le circuit de transport d'eau d'un barrage à un réservoir de stockage (voir figure ci-dessous).
 - La pompe doit assurer un débit $Q_v \geq 22.5 \text{ l/s}$.
 - On dispose de deux diamètres de conduite $d_1 = 120\text{mm}$ et $d_2 = 130\text{mm}$.
- On supposera :
- Les diamètres à l'aspiration et au refoulement identiques.
 - Les coefficients de perte de charge indépendants des diamètres des conduites.



On donne :

- La longueur des conduites : à l'aspiration $l_a = 40\text{m}$, au refoulement $l_r = 190\text{m}$.
 - Le coefficient de perte de charge linéaire $\lambda = 0.025$.
 - Les coefficients de perte de charge singulière sont donnés par :
- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| A l'aspiration : $K_a = 3.6$ | Au refoulement : $K_r = 5$ |
|------------------------------|----------------------------|
- La pression de vapeur à la température considérée $p_v = 0.025\text{bar}$ $NPSH_{\text{Réc}} = 2\text{mCE}$
 - $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $H = 6.75\text{m}$ et $H_G = 24\text{m}$.

1. Montrer que la hauteur manométrique totale du circuit peut s'écrire sous la forme : $H_{mt} = H_G + \Delta H$ avec $\Delta H = A \cdot Q^2$: (perte de charge).
2. Calculer les paramètres de perte de charge A_1 et A_2 respectivement pour d_1 et d_2 .
3. Les caractéristiques de la pompe sont données dans la table ci-dessous.
 - a. Le choix de cette pompe est-il correct ? (Justifiez).
 - b. Déterminer les points de fonctionnement des deux conduites.
4. Quel diamètre faut-il choisir ? (Justifiez).
5. Déterminer la puissance électrique consommée par cette pompe sachant que le rendement du moteur électrique est $\eta_m = 0,9$.

Q(l/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$H_m(\text{mCE})$	40	41.7	43	42.7	40.8	37	31.3	24.3	16
$P_{\text{mec}}(\text{kW})$	5	6.6	8.5	10.2	12	13.8	15.6	17.4	19.4

Solution TD-04

* Exercice :

1. On a :

$$\frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2) + \rho g (Z_2 - Z_1) + p_2 - p_1 = \frac{P_h}{q_v} = \Delta p_{T12}$$

Avec : $V_2 = V_1$, $Z_2 - Z_1 = H_G$, $p_2 = p_1 = p_a$

$$\rightarrow P_g H_g = \frac{P_h}{q_v} - \Delta p_{T12}$$

$$\text{Or } \frac{P_h}{q_v} = \rho \cdot g \cdot H_m$$

$$\rightarrow \rho g H_m = \rho g H_G + \Delta p_{T12}$$

$$\begin{aligned} \text{Où : } \Delta p_{T12} &= \Delta p_{L12} + \Delta p_{S12} \\ &= (ka + kr + \lambda \frac{(La + Lr)}{d}) \frac{V^2 \rho}{2} \end{aligned}$$

$$\text{avec } V = \frac{4 Q_v}{\pi d^2}$$

$$\Delta p_{T2} = (ka + kr + \frac{\lambda(La + Lr)}{d}) \frac{16 Q^2 \rho}{2\pi d^4}$$

$$H_m = H_G + \frac{\Delta p_{T12}}{\rho g}$$

$$H_m = H_G + \Delta H_{12} = H_G + (ka + kr + \lambda \frac{(La + Lr)}{d}) \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g}$$

$$\text{D'où } H_m = H_G + A Q^2 \quad (\Delta H_{12} = A Q^2)$$

$$\text{Avec : } A = (ka + kr + \lambda \frac{(La + Lr)}{d}) \frac{8}{\pi^2 d^4 g}$$

Rq : H_m et H_G en m, Q en m^3/s

2.

AN : $ka = 3.5$

$$A_1 \simeq 0,022 \rightarrow H_{m1} = 24 + 0,022 Q^2$$

$$A_2 \simeq 0,015 \rightarrow H_{m2} = 24 + 0,015 Q^2$$

3. a/ Pour répondre à cette question. Il faut tracer $H_m = f(Q)$ et $\eta_p = f(Q)$ de la pompe.

$$\text{On a : } \eta_p = \frac{P_h}{P_m} = \frac{\rho g H_m \cdot Q}{P_m}$$

η_p (%)	0	31,6	50,6	62,8	68	67	60,2	48,9	33
--------------	---	------	------	------	----	----	------	------	----

Q Souhaite > 22,5 l/s.

Q souhaité se trouve au voisinage du rendement maxi et à droite du rendement max le choix de la pompe est correct.

$H_G = 24m$.

$$H_{n0} = 40\text{m} > H_G \rightarrow \text{Bon choix}$$

$$(Q \approx 22,5 \text{ l/s}) \quad H_{m1} = 39 \text{ m} > H_G \rightarrow \text{Bon choix}$$

→ Le choix est correct

$$b/ H_{m1} = 24 + 0,022 Q^2$$

$$H_{m2} = 24 + 0,0015 Q^2$$

❖ **pt de fonction pour d₁ :**

$$Q_1^* \approx 25 \text{ l/s}$$

$$H_{m1}^* \approx 25 \text{ m}$$

$$\eta_{p1}^* = 67\%$$

$$P_{méc1} = 13,8 \text{ kw}$$

❖ **pt de fonction pour d₂ :**

$$Q_2^* = 27,5 \text{ l/s}$$

$$H_{m2}^* = 33 \text{ m}$$

$$\eta_{p2}^* = 64\%$$

$$P_{méc2} \approx 14,17 \text{ kw}$$

4. Le débit souhaité $\geq 22,5 \text{ l/s}$

Les deux diamètres donnent un débit $> 22,5 \text{ l/s}$, il faut vérifier la cavitation.

❖ **1^{ère} méthode :**

On calcul la pression absolue à l'entrée de la pompe pour chaque diamètre puis a p_v .

On a :

$$p_{abs\text{entréepompe}} = p_{atm} - \rho g h_a - \frac{1}{2} \rho V^2 \left(1 + k_a + \lambda_a \frac{L_a}{d_a} \right)$$

• **Pour d₁ :**

$$V_1 = \frac{4Q_{v1}}{\pi d_1^2} \approx 2,2 \text{ m/s}$$

$$p_{abs1} \approx 1443 \text{ Pa} = 0,01443 \text{ bar} < p_v$$

• **Pour d₂ :**

$$V_2 \approx 2 \text{ m/s}$$

$$p_{abs2} = 0,08115 \text{ bar} > p_v$$

On prend le diamètre d₂.

❖ **2^{ème} méthode :**

$$NPSH_{disp} = \pm H + \frac{p_r + p_{atm}}{\rho g} - \frac{p_v}{\rho g} - \Delta H_{asp}$$

Pour ce cas la pompe est en aspiration.

$$\rightarrow NPSH_{dis} = -H + \frac{p_r + p_{atm}}{\rho g} - \frac{p_v}{\rho g} - \Delta H_{asp}$$

• **Pour d₁ :**

$$NPSH_{dis} = -6,75 + \frac{10^5}{10^4} - \frac{2400}{10^4} - 3,105$$

$$= -0,0957 \text{ mcE } 10^4$$

• **Pour d₂ :**

$$NPSH_{dis} = -6,75 + \frac{10^5}{10^4} - \frac{2400}{10^4} - 2,438 = 0,571 \text{ mcE} > 0,2 \text{ mcE}$$

→ On prend le diamètre d₂.

$$P_e = \frac{P_{m2}}{\eta_m}$$