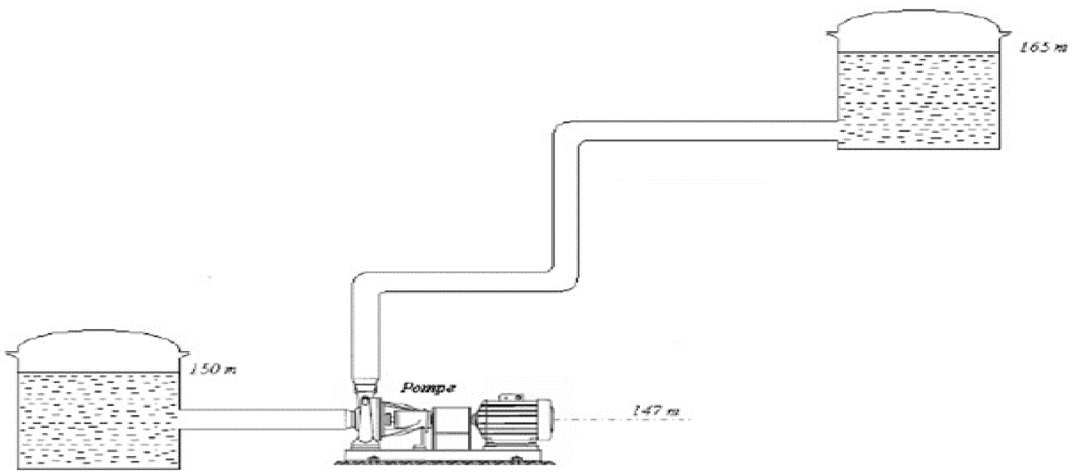
TD PSP N-05

Exercice

Nous désirons établir la puissance nécessaire pour le moteur de la pompe centrifuge de l'installation définie sur la figure ci-dessous :



La courbe caractéristique de la pompe centrifuge est définie par le tableau suivant :

Q (l/s)	0	10	20	30	40	50
H (m)	25	23,2	20,8	16,5	12,4	7,3
η (%)	---	45	65	71	65	48

Les pertes de charges dans les différents accessoires sont égales à 6 fois la charge de la vitesse dans les conduites. Le fluide à pomper dans les conditions permanentes est l'eau avec une viscosité cinématique $\nu = 1.10^{-6}\ m^2/s$.

On donne : $L = 200\ m$; $D = 150\ mm$; $\varepsilon = 0{,}046\ mm$; *Accessoires* : $\sum K = 6$.

Le coefficient λ est estimé à l'aide l'équation de Haaland, donnée par :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1{,}8 \log\left[\frac{6{,}9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}\right)^{1{,}11}\right]$$

Valable pour $4.10^3 < Re < 1.10^8$ et $5.10^{-6} < \varepsilon/D < 0{,}01$.

Solution

L'application de l'équation de conservation de l'énergie entre les deux surfaces libres des réservoirs, avec une pompe installée en bas du réservoir d'aspiration, donne l'équation qui permet de définir la hauteur manométrique totale (H_m) de l'installation, c'est-à-dire :

$$H_m = H_2 - H_1 + \sum (\Delta H)_{sin} + (\Delta H)_{rég}$$

Où : H_1 : Hauteur géométrique d'aspiration ;

Où : H_1 : Hauteur géométrique d'aspiration ;

H_2 : Hauteur géométrique de refoulement ;

$\sum (\Delta H)_{sin}$: Somme de pertes de charges singulières ;

$(\Delta H)_{rég}$: Pertes de charges régulières à travers les conduites.

Les pertes de charges régulières et singulières sont données par les équations :

$$(\Delta H)_{sin} = K \frac{V^2}{2g} \; ; \; (\Delta H)_{rég} = \lambda . \frac{L}{D} . \frac{V^2}{2g}$$

Donc, on aura :

$$H_m = H_2 - H_1 + \sum K \frac{V^2}{2g} + \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

En exprimant l'équation en terme de débit $Q = V.S$, on obtient :

$$H_m = H_2 - H_1 + \sum K \frac{Q^2}{2gS^2} + \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2gS^2}$$

$$\Rightarrow \quad H_m = H_2 - H_1 + \sum K \frac{Q^2}{2g\left(\frac{\pi}{4} D^2\right)^2} + \lambda \frac{L}{D} \frac{Q^2}{2g\left(\frac{\pi}{4} D^2\right)^2}$$

$$Re = \frac{V.D}{\nu} = \frac{Q}{S}\frac{D}{\upsilon} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}D}\frac{Q}{\upsilon} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}150.10^{-3}}\frac{Q}{10^{-6}} = 8488263{,}63\,Q$$

Une simple analyse des débits de fonctionnement de l'installation donné par le tableau permet de déterminer la grandeur de coefficient de Reynolds :

Q (l/s)	0	10	20	30	40	50
Q (m^3/s)	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
Re	0	84882,6	169765,3	254647,9	339530,5	424413,2

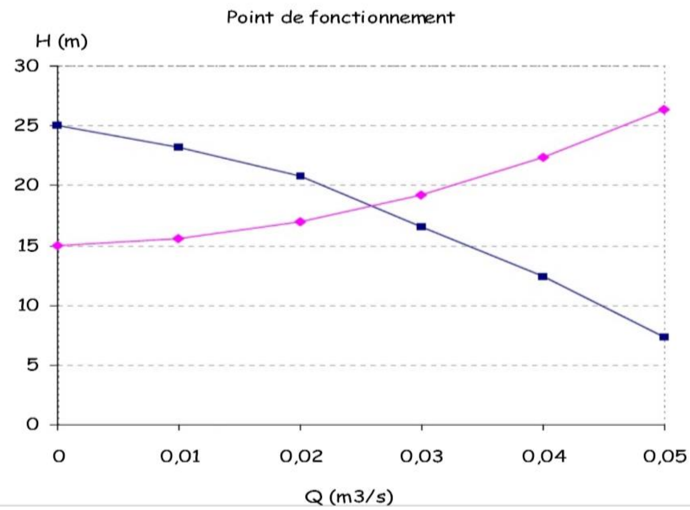
Donc, on peut facilement voir que le régime est turbulent ($Re > 4000$), pour lequel nous pouvons appliquer l'équation de Haaland pour calculer le coefficient de pertes de charge λ.

Les valeurs de Re, λ et H_m de l'installation sont regroupées sur le tableau suivant :

Q (l/s)	Q (m^3/s)	Re	λ	H_m (m)
0	0	0	0	15,0
10	0,01	84882,6	0,02	15,53
20	0,02	169765,3	0,018	16,96
30	0,03	254647,9	0,0171	19,23
40	0,04	339530,5	0,0167	22,38
50	0,05	424413,2	0,0164	26,37

Ceci nous permet de tracer, sur le même diagramme, la courbe caractéristique de l'installation H_m et celle de la pompe en fonction du débit :

Q (m^3/s)	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
H_{pompe} (m)	25	23,2	20,8	16,5	12,4	7,3
$H_{installation}$ (m)	15,0	15,53	16,96	19,23	22,38	26,37



L'intersection entre les deux courbes défini le point de fonctionnement A : $Q \approx 0{,}026\ m^3/s$ = $26\ l/s$ et $H \approx 18{,}5\ m$.

La puissance utile de la pompe sera donc :

$$P_u(kW) = \frac{H_t(m) \times Q(m^3/h)}{367}$$

A.N : $P_u = \dfrac{18{,}5 \times 0{,}026 \times 3600}{367} = 4{,}72\ kW$

La pompe fonctionne avec un rendement de l'ordre de 69 % au voisinage du point de fonctionnement, donc, le moteur doit avoir une puissance donnée par :

$$P_{moteur} = \frac{4{,}72}{0{,}69} = 6{,}84\ kW$$