UNIVERSITE DE BISKRA **FACULTE DE SCIENCES EXACTES**
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUE **ET SCIENCE DE LA NATURE ET DE LA VIE**
2 LMD MATH GEOMETRIE **13/04/2020**

SERIE 4

EXERCICE 1

Soit $\Omega = \mathbb{R}_+^*$ et soit

$$\begin{array}{rcl} \varphi & : & \Omega \times \Omega \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) & \longmapsto & \ln\left(\dfrac{y}{x}\right) \end{array}$$

Verifier que φ define sur Ω un espace affine sur $\mathbb{R}$

EXERCICE 2

Soit $F = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \diagup x + y + 4 = 0\right\}$
1) F est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$
2) Montrer que F est une varieté affine de $\mathbb{R}^2$

EXERCICE 3

Soient

$$A \in M_{m,n}(\mathbb{R}), \quad b \in \mathbb{R}^m, \quad F = \{X \in \mathbb{R}^n \diagup AX = b\}$$

1) F est-il un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$
2) Montrer que F est une varieté affine de $\mathbb{R}^n$
3) Exprimer la dimension de F en fonction de $rangA$

EXERCICE 4

Soient Ω espace affine sur E , $f : \Omega \longrightarrow \Omega$ application affine

I) Soit l'application

$$\begin{array}{rcl} g & : & \Omega \longrightarrow E \\ M & \mapsto & g(M) = \overrightarrow{Mf(M)} \end{array}$$

1) Montrer que g est affine
2) A quelle condition g est elle bijective?

EXERCICE 5

Soient, Ω espace affine sur $E = F \oplus G$, $\varphi : E \longrightarrow E$ tel que :

$$\text{pour tout } x = u + v / \begin{cases} u \in F \\ v \in G \end{cases} : \varphi(x) = u - v$$

1) Montrer que φ est lineaire
2) Soit $O \in \Omega$ et soit l'application $f : \Omega \longrightarrow \Omega$ tel que $\overrightarrow{Of(M)} = \varphi\left(\overrightarrow{OM}\right), \forall M \in \Omega$
   a) Montrer que f est affine
   b) Etudier les points fixes de f