مقياس:	من إعداد الأساتذة:
أعمال موجهة (فيزياء 2)	بوذيب ليلى، شوية فاتح، بوحجر عبد الفضيل

حل السلسلة II

التمرين الثالث

1) حساب الحقل الكهربائي $\vec{E}$:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{U_r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{U_\theta} - \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\overrightarrow{U_\varphi}$$

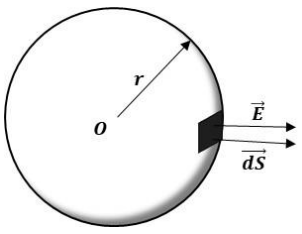
بما أن التناظر كروي فإن الكمون يكون ثابت عند التغير في الزاوية θ وφ وبالتالي يصبح:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{U_r} = E(r)\overrightarrow{U_r}$$

بتطبيق نظرية غوص:

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

بما أن الحقل ثابت في أي نقطة من سطح كرة نصف قطرها r ومركزها O. نختار سطح غوص عبارة عن سطح كرة (سطح مغلق و من الأحسن يكون الحقل فيه ثابت).($S_G = 4\pi r^2$)



$$\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \oiint E.ds\,cos0 = \oiint E.ds$$

لأن: $\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds}$

$$\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = E \oiint ds$$

لأن: $E = cst$

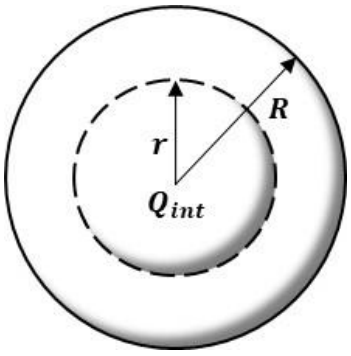
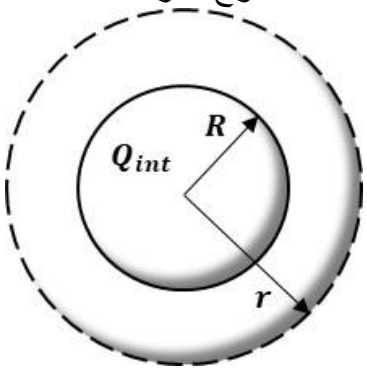
$$\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = E.S_G = E.4\pi r^2$$

ومنه:

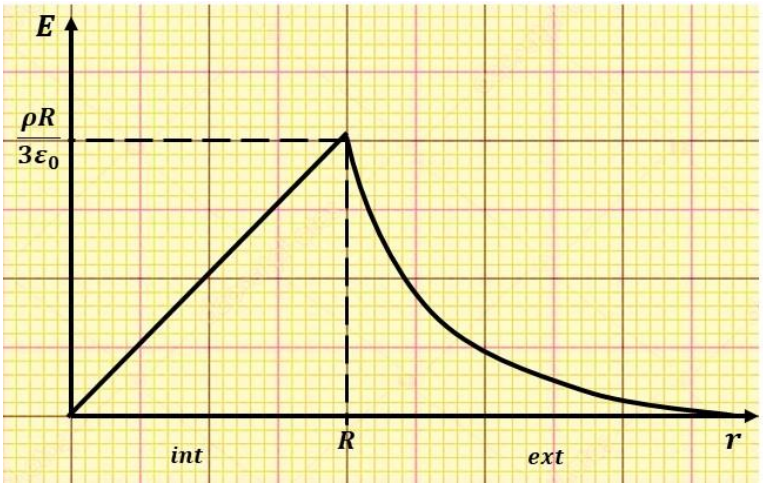
$$\boldsymbol{E.4\pi r^2 = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}}$$

بما أن الشحنات موزعة بكثافة حجمية ρ منتظمة فإن:

$$\rho = \frac{Q_{in}}{V} \Rightarrow Q_{in} = \rho.V$$

• داخل الكرة $r < R$: 	$$Q_{in} = \rho . V_r = \rho . \frac{4}{3}\pi r^3$$ $$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho . \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$ $$\boldsymbol{E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r}$$ نلاحظ أن تغير $\boldsymbol{E}$ بدلالة $\boldsymbol{r}$ عبارة عن دالة خطية
• خارج الكرة $r > R$: 	$$Q_{in} = \rho . V_R = \rho . \frac{4}{3}\pi R^3$$ $$E . 4\pi r^2 = \frac{\rho . \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}$$ $$\boldsymbol{E = \frac{\rho . R^3}{3\varepsilon_0} . \frac{1}{r^2}}$$ نلاحظ أن تغير $\boldsymbol{E}$ بدلالة $\boldsymbol{r}$ عبارة عن قطع زائد

منحنى تغيرات الحقل الكهروستاتيكي بدلالة r:



2) استنتاج الكمون الكهربائي:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{U_r}$$

$$\Rightarrow V = -\int_0^{+\infty} E . dr$$

$$\begin{cases} r < R:\ V_{int} = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0} r^2 + C_1 \\ r > R:\ V_{ext} = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} . \frac{1}{r} + C_2 \end{cases}$$

لدينا في اللانهاية:

$$V(r \to +\infty) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

بما أن الكمون مستمر:

$$V_{int}(R) = V_{ext}(R) \Rightarrow C_1 = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$$

ومنه:

$$\begin{cases} V_{int} = -\dfrac{\rho}{6\varepsilon_0} r^2 + \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \\ V_{ext} = -\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} . \dfrac{1}{r} + 0 \end{cases}$$

منحنى تغيرات V بدلالة r: