TD Compresseur Centrifuge (Radial)

Ex1 :

On considère un compresseur centrifuge, dont le rapport des diamètres de la roue : extérieure D_2, et intérieure D_1, est égal à 2. Le rapport de pression de la sortie P_{02}, à celle de l'entrée P_{01}, égal à 4. La vitesse de rotation du rotor, N = 1200, tours par minute, le débit massique d'air Q = 1 kg/s. Le rendement isentropique du compresseur, $\eta_{is} = 84\%$. Les aubes à la sortie et à l'entrée sont radiales. La vitesse du débit à travers la roue reste constante $V_{n1} = V_{n2} = 60\,\frac{m}{s}$.
Calculer : (1) la puissance du compresseur, (2) les diamètres de la roue à l'entrée et à la sortie, et (3) l'angle β_1 de l'aube à l'entrée.
La pression et température de l'air à l'entrée (aspiration) sont respectivement :
$P_{01} = 100$ kPa, $T_{01} = 300$ K.

Solution :

(1) Le calcul de la température réelle à la fin de la compression, donnée lorsque le processus de compression est isentropique par :
$\frac{T_{02'}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1{,}486.$
Donc, $T_{02'} = T_{01}\, 1{,}486 = 445{,}8$ K
Nous avons d'autre part :
$\eta_{is} = \left(T_{02'} - T_{01}\right)/(T_{02} - T_{01}) = 0.84$, donc : $T_{02} - T_{01} = 173{,}56$ alors : $T_{02} = 473{,}56$ K
Le travail spécifique théorique est donnée pour un débit = $1\,\frac{kg}{s}$:
$W = U_2\, V_{t2} = U_2^2 = C_p\,(T_{02} - T_{01}) = 174254$ J/kg
et la vitesse $U_2 = W^{1/2} = 417{,}44\,\frac{m}{s}$.
En considérant le débit = $1\,\frac{kg}{s}$, la puissance du compresseur est : $P = W = 174{,}254$ kW .

2) A partir de l'équation, $U_2 = \frac{\pi\, D_2\, N}{60}$, on tire $D_2 = (U_2\, 60)/(\pi\ N)$, sachant que : $\frac{D_2}{D_1} = 2$, alors : $D_1 = D_2/2 = 0.3322$ m.

3) Le rapport $\frac{D_2}{D_1} = 2$, alors $U_1 = \frac{U_2}{2} = 208{,}72\,\frac{m}{s}$
A partir du triangle de vitesses à l'entrée, l'angle $\beta_1 = tg^{-1}\left(\frac{V_{n1}}{U_1}\right) = 16{,}04^0$

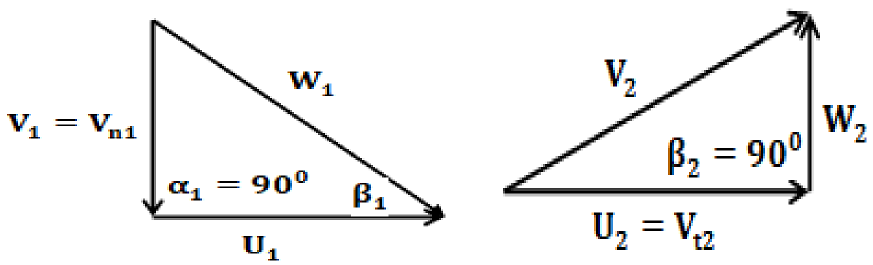

Figure : triangles de vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue.
Les aubes sont radiales à l'entrée et à la sortie alors on a : $\alpha_1 = 90^0$, $\beta_2 = 90^0$.

Ex2 :

La roue (rotor) d'un compresseur centrifuge possède les diamètres d'entrée et de sortie égaux respectivement à $D_1 = 0.3$, et $D_2 = 0{,}6$ m. A l'aspiration (entrée), l'écoulement est sans tourbillon, l'air est à $P_{01} = 100$ kPa, et $T_{01} = 300$ K. L'angle de l'aube à la sortie est $\beta_2 = 75^0$. La vitesse de rotation est N = 10000 tours par minute et la vitesse débitante est constante le long de la roue, égale à 120 m / s. Si la largeur de l'aube à l'entrée est $b_1 = 6$ cm. Calculer : (a) le travail spécifique, (b) la pression de sortie, (c) le débit massique ; et (d) la puissance nécessaire pour entraîner le compresseur, sachant que le rendement global peut être supposée égale à 0,7.

Solution :

(a) Pour le calcul du travail spécifique, on calcule la vitesse tangentielle à l'entrée de la roue : $U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} = 157{,}08 \ m/s$, comme $D_2 = 2 D_1$, à la sortie, $U_2 = 2 U_1 = 314 \ m/s$

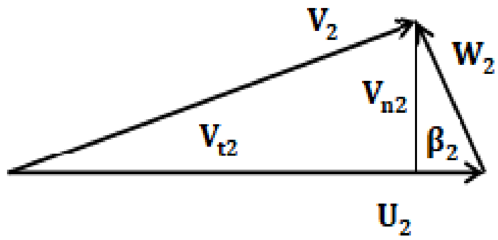

Figure : triangle de vitesses à la sortie

A partir du triangle de vitesses à la sortie, voir figure ci-dessus on a :
$V_{t2} = U_2 - \frac{V_{n2}}{tg\,\beta_2} = 282{,}01 \ m/s$
Comme l'écoulement à l'entrée est sans tourbillon, $\alpha_1 = 90^0$ et $V_{t1} = 0$, le travail spécifique est alors : $W = U_2 V_{t2} = 88596{,}3 \ J/kg$

(b) Calcul de la pression de sortie, on a :

$W = C_p (T_{02} - T_{01}) = C_p T_{01} \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} - 1\right) = C_p T_{01} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1\right]$, on tire delà

$$\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} = \left(\frac{W}{C_p T_{01}} + 1\right) \Longrightarrow \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right) = \left(\frac{W}{C_p T_{01}} + 1\right)^{\gamma/\gamma-1} = 2.466$$

$\Longrightarrow P_{02} = 2.466 \, P_{01} = 246{,}6$ kPa

(c) Le débit volumique est

$Q_v = V_{n1} \, S_1 = V_{n1} (\pi D_1 \, b_1) = 6{,}786 \frac{m^3}{s}$,
L'équation d'état du gaz parfait appliquée à l'air s'écrit : $P \mathbf{V} = m R T$, le débit massique est obtenu en remplaçant le volume **V**, par le débit volumique Q_v, ce qui permet d'écrire le débit massique : $Q_m = P Q_v / R T = 7.88 \ kg/s$,

(d) la puissance théorique est : = $W Q_m = 698{,}138$ kW. avec un rendement global de 0,7, la puissance nécessaire pour entraîner le compresseur est $P = (W Q_m)/07 = 997{,}34$ kW.

Ex3 : Un compresseur centrifuge, tourne à N = 15 000 tours par minute, et produit un rapport de pression de stagnation $\frac{P_{02}}{P_{01}} = 4$. Les conditions de stagnation de l'air à l'entrée sont : $P_{01} = 100$ kPa, et $T_{01} = 300$ K. La vitesse absolue à l'entrée du rotor est sans tourbillon. A la sortie de la roue, les aubes sont radiales et la composante tangentielle de l'écoulement $V_{t2} = 135\,\frac{m}{s}$. Le rendement du compresseur $\eta_{is} = 0{,}78$, et le coefficient de glissement $\sigma = 0{,}9044$.

Calculer : a) l'angle de l'aube $V_{t2'}$, $(V_{t2} - V_{t2'})$, β_1, et b) tracer les triangles de vitesses.

Sachant que le diamètre du rotor à l'entrée est : $D_1 = 0{,}25$, et à la sortie $D_2 = 0{,}58$ m.

Solution :

a) Calcul des angles de l'aube : $U_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} = 196{,}35\ m/s$ et $U_2 = \frac{\pi D_2 N}{60} = 455{,}53\ m/s$

la relation de la compression isentropique est : $\frac{T_{02'}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} = 1{,}486$, donc :

$T_{02'} = T_{01}\,1{,}486 = 445{,}8$ K.

A partir de l'expression du rendement η_{is}, on a :

$T_{02} - T_{01} = \frac{T_{02'} - T_{01}}{\eta_{is}} = 186{,}923\ K \implies T_{02} = 486{,}923\ K$

$W = C_p\,(T_{02} - T_{01}) = U_2\,V_{t2}$, alors : $V_{t2} = \frac{W}{U_2} = 411{,}983\,\frac{m}{s}$,

Par définition voir le cours, le coefficient de glissement est donnée par l'équation :

$\sigma = \frac{V_{t2'}}{V_{t2}} = 0{,}9044 \Longrightarrow V_{t2'} = \sigma\,V_{t2}$

et le glissement de la vitesse :

$(V_{t2} - V_{t2'}) = V_{t2}\,(\sigma - 1) = 43{,}547\,\frac{m}{s}$

L'angle de l'aube à l'entrée est $\beta_1 = tg^{-1}\frac{V_{n2}}{U_1} = 34{,}51^0$.

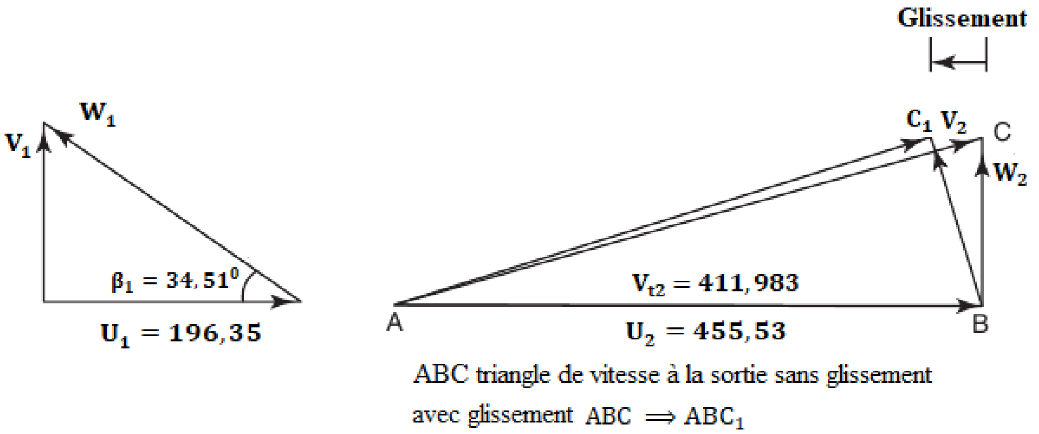

Figure : triangle de vitesses (glissement)

Ex4 :

Soit un compresseur centrifuge, son entrée ne comportant pas d'aubes de guidage. La température de stagnation de l'air à l'entrée $T_{01} = 288$ K, et la pression de stagnation $P_{01} = 1{,}01$ bar. Déterminer pour les données suivantes :

- Débit massique, $\dot{m} = 2,5$ kg / s
- Vitesse tangentielle, $U_2 = 475$ m / s
- Rendement mécanique, $\eta_m = 96\%$
- Vitesse absolue de l'air à la sortie du diffuseur, $V_3 = 90$ m / s
- Rendement isentropique, $\eta_c = 84\%$
- Vitesse absolue à l'entrée du rotor, $V_3 = 150$ m / s
- Rendement du Diffuseur, $\eta_D = 82\%$
- Profondeur axiale de la roue, $b_2 = 6,5$ mm
- Facteur de puissance, $\psi = 1{,}04$
- Facteur de glissement, $\sigma = 0{,}884$
- pour de l'air, $\gamma = 1{,}4$ et $C_p = 1005\ \mathrm{J/(K\,kg)}$

1. La puissance de l'arbre
2. La pression de stagnation et statique à la sortie du diffuseur
3. La vitesse radiale, nombre de Mach de la vitesse absolue et les pressions statiques et de stagnation à la sortie de la roue

on suppose que le degré de réaction donnée est : $R = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1} = 0{,}5$, la constante des gaz parfaits : R = 287 J/(kg K).

4. Le rendement de la compression isentropique et la vitesse de rotation

Solution

1) Par définition, le rendement mécanique est : $\eta_m = \frac{\text{travail transféré à l'air}}{\text{travail disponible (fourni) par l'arbre}}$

L'écoulement de l'air à l'entrée du rotor est radiale : $V_{t1} = 0$, le travail transféré à l'air par unité de masse est :

$W = \psi\, \sigma\, U_2^2$

La puissance transféré à l'air par débit est :

$P_{tran} = W\,\dot{m} = 518{,}58$ kW

En tenant compte du rendement mécanique (pertes à cause des frottements mécaniques), la puissance de l'arbre (disponible) : $P_{disp} = \left(\frac{W\,\dot{m}}{\eta_m}\right) = 540{,}19$ kW

2) Le rapport de pression global du compresseur :

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_c\, \psi\, \sigma\, U_2^2}{C_p\, T_{01}}\right]^{\gamma/(\gamma-1)} = 5{,}2$$

La pression de stagnation à la sortie du diffuseur

$P_{03} = P_{01}\, 5{,}2 = 5.25$ bar

$$\frac{P_3}{P_{03}} = \left(\frac{T_3}{T_{03}}\right)^{\gamma/\gamma-1}$$

$$W = \dot{m}\ C_p\,(T_{03} - T_{01}), \Longrightarrow T_{03} = \frac{W}{\dot{m}\ C_p} + T_{01} = 494{,}4 \text{ K}$$

À la sortie du diffuseur la température statique, $T_3 = T_{03} - \frac{V_3^2}{2\, C_p} = 490{,}37$ K,

et la pression statique $P_3 = P_{03}\left(\frac{T_3}{T_{03}}\right)^{\gamma/\gamma-1} = 5{,}10$ bar

3)
- Calcul de la vitesse radiale
d'après la relation entre la température statique et de stagnation on peut écrire :

$$T_3 - T_1 = (T_{03} - T_{01}) + \frac{V_1^2 - V_3^2}{2\,C_p} = \frac{W}{\dot{m}\ C_p} + \frac{V_1^2 - V_3^2}{2\,C_p} = 213{,}56\ \text{K},$$

De l'expression du degré de réaction, $R = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1}$, on tire la valeur de $(T_2 - T_1) = 106{,}78$ K avec :

$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2\,C_p}$, $T_2 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2\,C_p} + (T_2 - T_1) = 383{,}59$ K

La température de stagnation à la sortie du rotor s'écrit :

$T_{02} = T_2 + \frac{V_2^2}{2\,C_p}$.

Et comme dans le diffuseur il n'a pas d'échange de travail : $T_{02} = T_{03}$
en remplaçant T_{02}, par T_{03}, on obtient l'expression suivante :

$$T_{03} = T_2 + \frac{V_2^2}{2\,C_p}, \Longrightarrow V_2^2 = 2\,C_p\,[(T_{03} - T_{01}) + (T_{01} - T_2)] = 222727{,}3636\ (\text{m/s})^2,$$

d'où : $V_2 = 471{,}94$ m/s,

- Calcul du nombre de Mach de la vitesse absolue à la sortie de la roue

$M_2 = \frac{V_2}{\gamma R\, T_2} = 1{,}20$

- Calcul des pressions statiques et de stagnation à la sortie de la roue
à partir du triangle de vitesses à la sortie de la roue, l'application du théorème de Pythagore permet d'écrire : étant donné le facteur de glissement :

$\sigma = \frac{V_{t2'}}{V_{t2}} \Longrightarrow V_{t2'} = \sigma\, U_2$

$V_{n2}^2 = V_2^2 - \left(V_{t2'}\right)^2 = 215{,}49$ m/s

D'après la définition du rendement du diffuseur :

$$\eta_D = \frac{h_{3'} - h_2}{h_3 - h_2} = \frac{\text{augmentation d'enthalpie isentropique}}{\text{augmentation d'enthalpie réelle}}$$

$$= \frac{T_{3'} - T_2}{T_3 - T_2} = \frac{T_2\left(\frac{T_{3'}}{T_2} - 1\right)}{T_3 - T_2} = \frac{T_2\left(\frac{P_3}{P_2}^{\gamma-1/\gamma} - 1\right)}{T_3 - T_2}$$

donc :

$\frac{P_3}{P_2} = \left[1 + \eta_D\left(\frac{T_3 - T_2}{T_2}\right)\right]^{3,5} = 2{,}05$ et par la suite : $P_2 = \frac{P_3}{2{,}05} = 2{,}49$ bar

on trouve d'après la relation de l'isentropie : $P_{02} = P_2\left(\frac{T_{02}}{T_2}\right)^{3,5} = 6{,}05$ bar.

4) Rendement isentropique :

$$\eta_{is} = \frac{T_{01}\left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\gamma-1/\gamma} - 1\right]}{T_{03} - T_{01}} = 0{,}938$$

- calcul de la masse volumique à la sortie de la roue

L'équation des gaz parfaits ; $P_2 = \rho_2 \, R \, T_2$, $\rho_2 = \frac{P_2}{R \, T_2} = 2{,}27$ kg/m^3

le débit massique s'écrit : $\dot{m} = \rho_2 \, S_2 \, V_{n2}$

avec : $S_2 = 2\pi \, r_2 \, b_2 \implies 2 \; r_2 = D_2 = \frac{S_2}{\pi \; b_2}$ et $S_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 \; V_{n2}}$ alors en remplaçant on tire l'expression :

$D_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 \, \pi \; b_2 \; V_{n2}}$, en remplaçant dans l'expression de la vitesse U_2 :

$$U_2 = \frac{\pi \, N \, D_2}{60} = \frac{\pi \, N \, m}{\rho_2 \, \pi \; b_2 \; V_{n2} \, 60}$$

$$\implies \quad N = U_2 \left(\rho_2 \, \pi \; b_2 \; V_{n2} \, 60\right) / (\pi \; m) = 41476 \text{ trs/mn.}$$