

**Série N°2 : Analyse Factorielles des Correspondances (AFC)**

Je vous conseil d'effectuer vos calculs à l'aide du logiciel Workplace!

**Exercice 1** Reprenons l'exercice 1 du TD 1.

On interroge 1587 étudiants de M2 sur la catégorie socioprofessionnelle de leurs parents. Les étudiants suivent différents cursus: écoles d'ingénieurs, écoles de commerce, universités scientifiques, médecine. Les résultats sont les suivants :

	Ouvriers	Employés	Cadres	Professions libérales
Écoles d'ingénieurs	50	280	120	20
Écoles de commerce	8	29	210	350
Universités Scientifiques	150	230	100	40

On veut étudier l'influence du milieu socioprofessionnel des parents sur le type d'étude des enfants. On rappelle que, dans l'exercice 1 du TD 1, nous avons déjà vérifié, par le test du Khi-deux qu'il existe une dépendance entre le milieu socioprofessionnel des parents et le type d'étude des enfants. On peut alors effectuer une analyse factorielle des correspondances sur les données.

- 1- Donner les centre de gravités,  $g_r$  et  $g_c$ , associées aux profils-lignes et profils-colonnes.
- 2- Donner les matrices diagonales des profils-lignes  $D_r$  et des profils-colonnes  $D_c$ .
- 3- Donner les matrices des profils-lignes  $X_r$  et profils-colonnes  $X_c$ .
- 4- Calculer les deux matrices  $A_r := X_r^t X_c^t$  et  $A_c := X_c^t X_r^t$ .
- 5- Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de  $A_r$  et de  $A_c$ . Que peut-on déduire?
- 6- Que représente  $g_r$  (resp.  $g_c$ ) pour la matrice  $A_r$  (resp.  $A_c$ )?

\*\*\*\*\*

**Exercice 2** Suite de l'exercice 1.

Soit  $Y_r := X_r - \mathbf{1}_3 g_r^t$  et  $Y_c := X_c - \mathbf{1}_4 g_c^t$  les matrices centrées des profils-lignes les profils-colonnes, respectivement. Les matrices de variance-covariances (pondérées) des profils-lignes et des profils-colonnes sont définies, respectivement, par

$$V_r := Y_r^t D_r Y_r \text{ et } V_c := Y_c^t D_c Y_c.$$

L'analyse factorielle des correspondances est basée essentiellement sur les deux matrices  $V_r D_c^{-1}$  et  $V_c D_r^{-1}$ .

- 1- Déduire de la question 2, de l'exercice 1, les valeurs propres et les vecteurs propres de  $V_r D_c^{-1}$  et  $V_c D_r^{-1}$ .
- 2- Que représente  $g_r$  (resp.  $g_c$ ) pour la matrice  $V_r D_c^{-1}$  (resp.  $V_c D_r^{-1}$ )?

3-Donner une base  $D_c^{-1}$ -orthonormée (resp.  $D_c^{-1}$ -orthonormée) de  $\mathbb{R}^4$  (resp. de  $\mathbb{R}^3$ ) basée sur les vecteurs propres de la matrice  $V_r D_c^{-1}$  (resp.  $V_c D_r^{-1}$ ).

4-Donner les axes principaux des profils-lignes  $X_r$  et des profils-colonnes  $X_c$ .

5-Calculer l'inertie totale du profils-lignes  $X_r$  par rapport à son centre de gravité  $g_r$ , et déduire celle de profils-colonnes par rapport à son centre de gravité  $g_r$ .

6-Quelles sont les pourcentages d'inerties par rapport aux axes principaux pour les deux profils?

7-Calculer les inerties du profils-lignes  $X_r$  et des profils-colonnes par rapport à leurs axes principaux.

8-Quelles sont les pourcentages d'inerties par rapport aux axes principaux pour les deux profils?

\*\*\*\*\*

**Exercice 3** Suite de l'exercice 1, et 2.

1-Déterminer les composantes principales des profils-lignes et déduire celles des profils-colonnes.

2-Déduire les coordonnées des lignes de  $X_r$  et  $X_c$ .

3-Quelle sont les valeurs de l'espérance et la variance de chaque composante principale pour les deux profils? Quelles sont les valeurs les covariances entre les composantes principales? Que peut-on déduire?

4-Déterminer les contributions absolues et relatives, de chaque ligne, aux inerties des axes principaux.

5. Déduire, de la question 16, les coordonnées des lignes des deux nuages de points  $X_r$  et  $X_c$  des les nouvelles bases associées.

6.Dans le même plan définit pas les deux premiers axes principaux, représenter les deux nuages de point associes à  $X_r$  et  $X_c$ .

7-Analyser et discuter les résultats obtenus.