TD N°4: Représentation d'Etat

Exercice 1:

Réaliser un schéma de simulation de la représentation d'état pour les systèmes suivants.

1. $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \qquad y(t) = [1 \quad 1]x(t) + [2]u(t)$

2. $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \qquad y(t) = [1 \quad 2 \quad 1]x(t)$

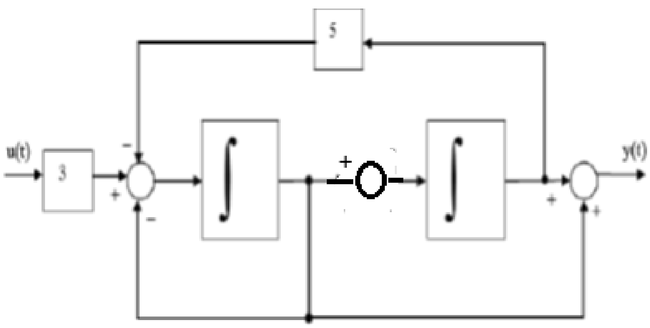
3. $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} u(t) \qquad y(t) = [1 \quad 1 \quad 0]x(t)$

Exercice 2:

On considère le schéma fonctionnel (voir figure 1)

a) Représenter le système dans l'espace d'état, et donner les matrices A, B, C, et D.

b) Calculer la fonction de transfert du système associé



Exercice 3:

Soit le système dynamique dont la fonction de transfert est donnée par:

$$G(p) = \frac{6(p+2)(p+5)}{(p+1)(p+3)(p+4)}$$

1. Déterminer les formes canoniques suivantes du système en boucle ouverte:
   - Commandable par rapport à la dernière ligne
   - Observable par rapport à la première colonne
   - De Jordan

<u>Exercice 4</u>:

Soit un système décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t)$$

1- Donner une représentation d'état pour le système.

2- Calculer les valeurs propres (λ_1, λ_2).

3- Calculer les vecteurs propres associés (z = [z_1 z_2], v = [v_1 v_2]). Montrer que $A = T\Delta T^{-1}$ où T = [z v] et $\Delta = di[\lambda_i]$.

4- Calculer la matrice de transition e^{At} en utilisant la méthode de la diagonalisation de A.

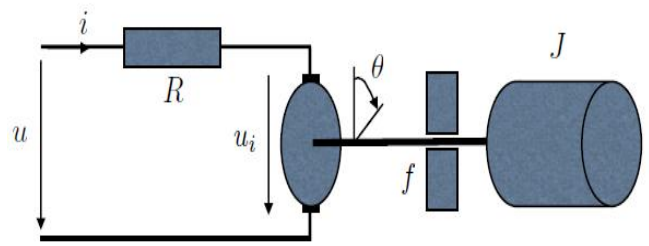
5- Calculer la réponse à échelon unitaire du système pour x_0 = [1 0]

<u>Exercice 5</u>: (devoir à la maison)

Soit un moteur à courant continu représenté par le schéma électrique à la figure 2.

Dans ce cas, le flux inducteur est maintenu constant (excitation indépendante). La vitesse de rotation est commandée par la tension u(t). En considérant les équations électriques et mécaniques du moteur.

1. Donner une représentation d'état de ce système en prenant comme variables d'état ($[x_1(t) \quad x_2(t)]^T = [\theta(t) \quad \omega(t)]^T$) et ($y(t) = \theta(t)$).
2. Calculer la fonction de transfert entre la tension d'induit u(t) et la vitesse angulaire ω(t) du moteur.



Partie électrique

$$u(t) = Ri(t) + u_i(t)$$

$$u_i(t) = k\omega(t)$$

Partie mécanique

$$J\dot{\omega}(t) = M(t) - f\omega(t)$$

$$\dot{\theta}(t) = \omega(t)$$

$$M(t) = ki(t)$$