

### TD N°3 : Flexion composée (1)

#### Exercice N°1

Soit une section rectangulaire représentée sur la figure (a), soumise à l'E.L.U à un effort normal de traction  $N=250 \text{ kN}$  et un moment de flexion  $M=20 \text{ kNm}$ , rapportés au centre de gravité  $G$  de la section du béton seul. Les armatures sont en acier FeE 22  $\gamma_s = 1.15$ ,  $\sigma_s = 187 \text{ MPa}$   
 - Déterminer les armatures de cette section.

#### Exercice N°2

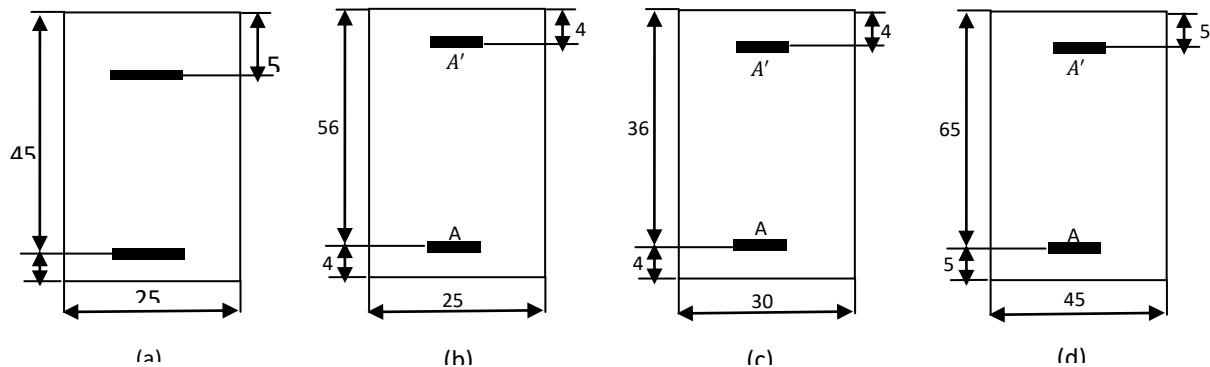
Soit une section rectangulaire représentée sur la figure (b), soumise à l'E.L.U à un effort normal de traction  $N=160 \text{ kN}$  et un moment de flexion  $M=125 \text{ kNm}$ , rapportés au centre de gravité  $G$  de la section du béton seul. Les armatures sont en acier FeE 40,  $\sigma_s = 348 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_b = 14.2 \text{ MPa}$ . Déterminer les armatures de cette section.

#### Exercice N°3

Soit une section rectangulaire représentée sur la figure (c), soumise à l'E.L.U un effort normal de compression  $N=500 \text{ kN}$  et un moment de flexion  $M=200 \text{ kNm}$ , rapportés au centre de gravité  $G$  de la section du béton seul. Les armatures sont en acier FeE 40,  $\sigma_s = 348 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_b = 14.2 \text{ MPa}$ . Déterminer les armatures de cette section.

#### Exercice N°4

Soit une section rectangulaire représentée sur la figure (d), soumise à l'E.L.U à un effort normal de compression  $N=3000 \text{ kN}$  et un moment de flexion  $M=500 \text{ kNm}$ , rapportés au centre de gravité  $G$  de la section du béton seul. Les armatures sont en acier FeE 40,  $\sigma_s = 348 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_b = 14.2 \text{ MPa}$ . Déterminer les armatures de cette section.



## Solutions

### Solution Exercice N°1:

Nous avons  $e = \frac{M_0}{N} = \frac{20}{250} = 0.08\text{m} = 8\text{cm}$

Le centre de pression se trouve au dessous de centre de gravité G :

$$e_a = 20 - 8 = 12\text{cm}$$

D'où  $A_1 = \frac{Ne_a}{100(d-d')\sigma_{10}} = 4.01\text{ cm}^2$        $A_2 = \frac{N}{100\sigma_{10}} - A_1 = 9.35\text{ cm}^2$

### Solution Exercice N°2

Nous avons  $e = \frac{M_0}{N} = \frac{125}{160} = 0.78\text{m} = 78\text{cm}$

Le centre de pression se trouve en dehors de la zone limitée par les armatures, donc la section est partiellement comprimée.

Nous avons, par rapport au centre de gravité des armatures tendues :

$$M_1 = M_0 + \left(\frac{h}{2} - c\right)N = 83.400\text{kNm}$$

D'où

$$\mu_u = \frac{M_1}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = 0.075 < \mu_l = 0.392 \Rightarrow A'_1 = 0$$

Pour  $\mu_u = 0.075$  on a  $\beta = 0.961$

Nous obtenons alors :  $A_f = \frac{M_1}{\beta d \cdot \sigma_{st}} = 4.45\text{ cm}^2$

Nous aurons donc pour les armatures de la section étudiée : ( N est un effort de traction)

$$A = A_f + \frac{N}{100\sigma_s} = 9.05\text{ cm}^2 \quad A' = A'_f = 0$$

### Solution Exercice N°3

Nous avons  $e = \frac{M_0}{N} = \frac{200}{500} = 0.40\text{m} = 40\text{cm}$

Le centre de pression se trouve en dehors de la zone limitée par les armatures. donc la section est partiellement comprimée. La méthode de calcul se fait par assimilation à la flexion simple.

Nous avons, par rapport au centre de gravité des armatures tendues :

$$M_1 = M_0 + \left(\frac{h}{2} - c\right)N = 280\text{ kNm}$$

D'où

$$\mu_u = \frac{M_1}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = 0.507 > \mu_l = 0.392 \Rightarrow \text{des armatures comprimées sont nécessaires } A'_1 \neq 0$$

Pour  $\mu_l = 0.392$  on a  $\beta_l = 0.733$

$$M_{rub}^f = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc} = 216.421 \text{ kNm}$$

$$M_{res}^f = M_1 - M_{rub} = 63.579 \text{ kNm}$$

$$\text{Nous obtenons alors : } A'_f = \frac{M_{res}^f}{(d-d')\sigma_{st}} = 5.71 \text{ cm}^2 \quad \text{et} \quad A_f = \frac{1}{\sigma_{st}} \left[ \frac{M_{rub}}{\beta d} + \frac{M_{res}}{d-c'} \right] = 29.28 \text{ cm}^2$$

Nous aurons donc pour les armatures de la section étudiée : (N est un effort de compression)

$$A = A_f - \frac{N}{100\sigma_s} = 14.91 \text{ cm}^2 \quad A' = A'_f = 5.71 \text{ cm}^2$$

### Solution Exercice N°4

$$\text{Nous avons } e = \frac{M_0}{N} = \frac{500}{3000} = 0.167 \text{ m} = 16.7 \text{ cm}$$

Le centre de pression se trouve entre les armatures et l'effort N étant un effort de compression, donc il faut vérifier si la section est partiellement comprimée.

Nous avons, par rapport au centre de gravité des armatures tendues :

$$M_1 = M_0 + \left( \frac{h}{2} - c \right) N = 1400 \text{ kNm}$$

$$(0.337 - 0.81 \frac{c'}{h}) b \cdot h^2 \bar{\sigma}_b = 873.5769 \text{ kNm}$$

$$N(d-c') - M_1 = 400 \text{ kNm}$$

Comme  $(0.337 - 0.81 \frac{c'}{h}) b \cdot h^2 \bar{\sigma}_b > N(d-c') - M_1 \Rightarrow$  la section est partiellement comprimée.

D'où

$$\mu_u = \frac{M_1}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = 0.518 > \mu_l = 0.392 \Rightarrow \text{des armatures comprimées sont nécessaires } A'_1 \neq 0$$

Pour  $\mu_l = 0.392$  on a  $\beta_l = 0.733$

$$M_{rub}^f = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc} = 1058.312 \text{ kNm}$$

$$M_{res}^f = M_1 - M_{rub} = 341.688 \text{ kNm}$$

$$\text{Nous obtenons alors : } A'_f = \frac{M_{res}^f}{(d-d')\sigma_{st}} = 16.37 \text{ cm}^2 \quad \text{et} \quad A_f = \frac{1}{\sigma_{st}} \left[ \frac{M_{rub}}{\beta d} + \frac{M_{res}}{d-c'} \right] = 80.20 \text{ cm}^2$$

Nous aurons donc pour les armatures de la section étudiée : (N est un effort de compression)

$$A = A_f - \frac{N}{100\sigma_s} = 80.20 - 86.19 < 0 \quad A' = A'_f = 16.37 \text{ cm}^2$$

On trouve  $A < 0$ , on prévoira pour A la valeur minimale pour que la pièce ne soit pas fragile.