

S É R I E D ' E X E R C I C E S D E T R A V A U X D I R I G É S

Série No. 3

EXERCICE 1.

Soient deux variables X et Y mesurées sur trois individus :

X	2	5	7
Y	8	15	50

Étudiez la liaison entre Y et X. (Graphique en nuage de points des valeurs de Y en fonction des valeurs de X, Le coefficient de corrélation linéaire $R_{X,Y}$, La droite de régression de Y en X).

EXERCICE 2.

On a monté une série d'expériences dans une unité pilote en vue d'étudier l'influence de la température sur le rendement d'une variété de grandes cultures. Les données recueillies sont les suivantes (X est la température t - 20°C, Y est le rendement en %) :

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	4	6	8	10	12	15	16	18	21	22

Q1/ Étudiez la liaison entre Y et X.

Q2/ Estimer le rendement en X = 80. Commentez ?

EXERCICE 3.

Lors d'une étude sur la dynamique des populations de la tenthrède du pin (*Diprion fruterarum*), la capacité de reproduction (nombre d'ovocytes par cocon) des individus de cet insecte a été étudiée en fonction de la longueur du cocon (mm).

Longueur du Cocon X	7,4	7,7	8,2	8	9	9,4	9,5	9,1	9,7	8,5	9,3	9,6	8,4	7,8	8,6
Nombre d'Ovocytes Y	25	41	47	46	58	73	89	79	78	60	85	93	67	37	53

Q1/ Étudiez la corrélation et la régression (Droite d'ajustement linéaire) entre les deux variables.

Q2/ Estimer le nombre d'ovocytes dans des cocons de 9,5 et 15 mm.

Q3/ Estimer la longueur des cocons contenant 70 ovocytes.

EXERCICE 4.

Un agronome a mesuré, à différentes températures, la concentration de bromure de potassium (KBr) dissout dans 10 cl d'eau. X est mesuré en °C, Y = Concentration en KBr :

Température	0	20	40	60	80
KBr	54	65	75	85	96

Q1/ Décrivez cette relation ?

Q2/ Vous chauffez à 100°C, quelle quantité de KBr pourrez-vous y dissoudre ?

EXERCICE 5.

Un agronome a mesuré la longueur et le poids de 15 coquilles pour une même espèce de mollusque marin, dont X : longueur (cm) et Y: Poids (gr). Étudiez la relation en se basant sur le tableau suivant :

X	2,52	2,84	2,7	3,14	3,2	2,76	3,21	2,5	3,04	2,65	2,22	3,01	3,11	2,87	2,33
Y	7,9	12,5	5,5	9,7	15	6,8	11	4,2	14,2	9	5,8	9,9	11,7	8,3	4,4

S É R I E D ' E X E R C I C E S D E T R A V A U X D I R I G É S

Série No. 4

EXERCICE 1.

Le carbone radioactif ¹⁴C est produit dans l'atmosphère par l'effet des rayons cosmiques sur l'azote atmosphérique. Il est oxydé en ¹⁴CO₂ et absorbé sous cette forme par les organismes vivants qui, par suite, contiennent un certain pourcentage de carbone radioactif par rapport aux carbone ¹²C et ¹³C qui sont stables. On suppose que, lorsqu'un organisme meurt, ses échanges avec l'atmosphère cessent et que la radioactivité due au carbone ¹⁴C décroît suivant une loi exponentielle :

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

λ étant une constante positive, t étant le temps exprimé en années et A étant la radioactivité exprimée en nombre de désintégrations par minute et par gramme de carbone.

Un étalonnage de la méthode a été réalisé par l'analyse de troncs de très vieux arbres, des Séquoias géants et des pins aristaca. Par un prélèvement effectué sur le tronc, on peut obtenir son âge t , en années en comptant le nombre des anneaux de croissance et sa radioactivité A en mesurant le nombre de désintégrations. On a ainsi obtenu :

t	500	1000	2000	3000	4000	5000	6300
A	14.5	13.5	12.0	10.8	9.9	8.9	8.0

Étudiez la relation $A=f(t)$?

EXERCICE 2.

(L'expérience de Faur-Brasquet, 1998). Dans une solution aqueuse contenant un polluant, on plonge un solide absorbant (Charbon actif sous forme de tissu) qui capture une partie des molécules de la substance polluante. Au bout d'un certain temps, le système est à l'équilibre : Chaque point d'équilibre est caractérisé par la concentration à l'équilibre C_e et la quantité de polluant absorbé par unité de masse de charbon actif, q_e . A une température donnée, on peut mesurer différents points sur une courbe (C_e , q_e) dite *isotherme d'adsorption*. Le tableau suivant fournit l'isotherme d'adsorption de l'aniline à 25 °C.

C_e (mg/l)	72	57,7	38,5	21,3	13,1	6,9	3,9	1,2
q_e (mg/g)	232,5	211	192	163,4	136,7	116,3	96,2	61,9

Étudiez la liaison exponentielle entre q_e et C_e .

EXERCICE 3.

On veut prédire la hauteur H d'un arbre en fonction de son diamètre D . Pour faire une régression linéaire, on effectue un changement de variable en posant $Y = \ln(H)$ et $X = \ln(D)$.

Voici les mesures faites sur 5 arbres :

X	-1,61	-1,20	-0,97	-0,51	-0,42
Y	2,22	2,27	2,38	2,60	2,65

On donne : $\sum x_i = -4,71$; $\sum y_i = 12,12$; $\sum x_i^2 = 5,40$; $\sum y_i^2 = 29,52$; $\sum x_i y_i = -11,04$

Q1/ Étudiez la corrélation et la régression (Droite d'ajustement linéaire) entre X et Y.

Q2/ Donner la hauteur prévue d'un arbre de diamètre 0,7 m.

S É R I E D ' E X E R C I C E S D E T R A V A U X D I R I G É S

Série No. 5

EXERCICE 1.

Un corps chimique se décompose selon une cinétique du premier ordre caractérisée par l'équation :

$$Q = Q_0 e^{-kt}$$

où Q désigne la quantité de corps restant à l'instant t , Q_0 la quantité initiale, k la constante de vitesse de la décomposition. On dispose des données expérimentales suivantes :

t (min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q (nanomoles)	416	319	244	188	144	113	85	66	50	41

Étudiez la relation ?

EXERCICE 2.

(Équation de Michaelis). Le tableau suivant représente les variations de la vitesse initiale v_0 d'une réaction enzymatique en fonction de la concentration initiale s_0 du substrat :

s_0 (mmol L ⁻¹)	0,10	0,20	0,40	0,80	1,00	2,00	4,00	6,00	8,00	10
v_0 (μmol L ⁻¹ s ⁻¹)	0,71	1,19	1,62	2,37	2,87	4,26	4,81	5,50	5,77	6,31

Étudiez la relation de Michaelis $v_0 = (V_{\max} s_0) / (K_m + s_0)$

- 1) Par la transformation de Lineweaver et Burk : $y = 1/v_0$ en fonction de $x = 1/s_0$
- 2) Par la transformation de Eadie et Hofstee : $y = v_0$ en fonction de $x = v_0/s_0$
- 3) Par la transformation de Wilkinson : $y = s_0/v_0$ en fonction de $x = s_0$

EXERCICE 3.

En l'absence de mortalité, la croissance de toute population de bactéries est modélisée par l'équation :

$$y = b e^{ax}$$

où y est le nombre de bactéries à l'instant t , et b le nombre de bactéries à l'instant initial $t = 0$. Les nombres b et a dépendent du type de population bactérienne considérée.

On s'intéresse à une population particulière. Des numérations faites tous les jours à partir du 2^{ème} donnent les résultats suivants (l'unité de temps choisie est un jour) :

x_i (jours)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_i	55	90	135	245	403	665	1100	1810	3000	4450	7350

On pose $z_i = \ln(y_i)$ où \ln représente le logarithme népérien, Étudiez la relation ?