

S É R I E D ' E X E R C I C E S D E T R A V A U X D I R I G É S

Série No. 3

EXERCICE 1.

Soient deux variables X et Y mesurées sur trois individus :

X	2	5	7
Y	8	15	50

Étudiez la liaison entre Y et X. (Graphique en nuage de points des valeurs de Y en fonction des valeurs de X, Le coefficient de corrélation linéaire $R_{X,Y}$, La droite de régression de Y en X).

SOLUTION

Il faut calculer d'abord la moyenne, la variance et l'écart-type de X et Y

$$X = 4,66 \quad Y = 24,33 \quad X*Y = 147 \quad V_x = 4,22 \quad \delta = 2,05 \quad V_y = 337,55 \quad \delta_y = 18,37$$

Donc, $COV(X, Y) = 147 - 4,66 * 24,33 = 33,44$

Corrélation $\rho = 33,44 / (2,05 * 18,37) = 0,88$ la relation entre X et Y est positive avec une forte corrélation

Paramètres de régression $\alpha = 33,44 / 4,22 = 7,92 \quad \beta = 24,33 - 7,92 * 4,66 = - 12,63$

Donc, la droite de régression : $Y = 7,92X - 12,63$

EXERCICE 2.

On a monté une série d'expériences dans une unité pilote en vue d'étudier l'influence de la température sur le rendement d'une variété de grandes cultures. Les données recueillies sont les suivantes (X est la température t - 20°C, Y est le rendement en %) :

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	4	6	8	10	12	15	16	18	21	22

Q1/ Étudiez la liaison entre Y et X.

Q2/ Estimer le rendement en X = 80. Commentez ?

SOLUTION

Il faut calculer d'abord la moyenne, la variance et l'écart-type de X et Y

$$X = 5,5 \quad Y = 13,2 \quad X*Y = 89,5 \quad V_x = 8,25 \quad \delta_x = 2,87 \quad V_y = 34,76 \quad \delta_y = 5,89$$

Donc, $COV(X, Y) = 89,5 - 5,5 * 13,2 = 16,9$

Corrélation $\rho = 16,9 / (2,87 * 5,89) = 0,99$ la relation entre X et Y est positive avec une forte corrélation

Paramètres de régression $\alpha = 16,9 / 8,25 = 2,04 \quad \beta = 13,2 - 2,04 * 5,5 = 1,93$

Donc, la droite de régression : $Y = 2,04X + 1,93$

Estimation : Quand $X = 80 \Rightarrow Y = 2,04 * 80 + 1,93 = 161,94 \%$

Commentaire : $X = 80 = t - 20 \Rightarrow t = 80 + 20 = 100^\circ\text{C}$ ce degré de température est très élevé (irréaliste) donc on ne peut pas avoir un rendement de quoi que ce soit. L'équation exprime seulement les valeurs expérimentales.

Pour les autres exercices, demandez aux étudiants de les faire à domicile. La même méthode de calculs.