1/

تابع حلول تمارين
السلسلة الثانية

تمرين 3: نفرض ان بيانات العينة التالية يناسبها النموذج التالي:

$$Y_i = a + bX_i + \varepsilon_i$$

بعد العمليات الحسابية لدينا:

$\sum x^2 = 2250$, $\sum y^2 = 6300$, $\sum xy = -3515$, $\sum X^2 = 61050$

$\bar{X} = 70$, $\bar{Y} = 100$

* قدر بنقطة معالم النموذج

$$\hat{b} = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{-3515}{2250} = -1,56$$

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} = 209,2$$

$$\hat{Y} = 209,2 - 1,56X$$

ومنه النتائج توافق للنظرية الاقتصادية لأن العلاقة بين سعر والكمية المطلوبة علاقة عكسية.

* قدر بفترة ثقة 95% معالم النموذج

$$b \in \left[\hat{b} \pm t_{\frac{\alpha}{2}(n-2)} \frac{\hat{\sigma}_u}{\sqrt{\sum x^2}}\right] \qquad a \in \left[\hat{a} \pm t_{\frac{\alpha}{2}(n-2)} \cdot \frac{\sqrt{\sum X^2}\,\hat{\sigma}_u}{\sqrt{n \sum x^2}}\right]$$

وكما سبق ان بينا في تمارين سابقة نجد (بعد التعويض)

$$b \in [-1,13585 \quad -1,984815]$$

وعليه

$$a \in [245,64314 \quad 172,35686]$$

* تحديد معامل التحديد وكما سبق وأن بينا في تمارين سابقة

$$R = \frac{5483,4}{6300} = 0,87$$

2/

* تحديد معامل الارتباط وكما سبق ان بينا في تمارين سابقة نجد

$$r = 0,93$$

وللاختبار معنوية الارتباط (كما بينا في تمارين سابقة)

$$t_c = 11,117$$

وأن $t_T = 1,81$

ومنه نرفض فرضية العدم ونقبل بوجود علاقة ومنه ارتباط ذو دلالة احصائية بين X و Y.

* تقدير قيمة Y عند $X = 75$

لدينا (كما سبق وأن بينا): $\hat{Y} = 92,2$

* تقدير بفترة ثقة 95% القيمة الفعلية ومتوسط القيم الفعلية لـ Y عند $X = 75$، حيث وجدنا $\hat{Y} = 92,2$

- القيمة الفعلية

ومنه

$$Y \in \left[\hat{Y} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_u \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum x^2}}\right]$$

$$Y \in \left[92,2 \pm 2,23 \cdot 9,03659 \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(75-70)^2}{2250}}\right]$$

3/

$$Y \in [113{,}28 \quad 71{,}12]$$

- متوسط القيمة الفعلية.

$$E(Y) \in \left[\hat{Y} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_u \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X-\bar{X})^2}{\sqrt{\sum x2}}}\right]$$

$$E(Y) \in \left[92{,}2 \pm 2{,}23 \cdot 9{,}03659 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{(75-70)^2}{2250}}\right]$$

ومنه

$$E(Y) \in [98{,}39299 \quad 86{,}00701]$$

تمرين 04: لدينا بيانات عن كمية السلعة المطلوبة (Y) وسعر السلعة المباعة (X) في احد الاسواق لمدة 5 أيام.

$\bar{X} = 4, \bar{Y} = 8, \sum x^2 = 120, \sum XY = 230, \sum Y^2 = 444$

$\sum Y = 40, \sum X = 20.$

* تقدير معالم النموذج وفقاً للطريقة المختصرة وكما سبق وأن بينّا في تمارين سابقة.

$\hat{b} = 1{,}75 \qquad \hat{a} = 1$

$$\boxed{\hat{Y} = 1 + 1{,}75X}$$

* التقدير بفترة.

4/

وكما سبق وأن بيّنا

$$b \in \left[\hat{b} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\,\frac{\hat{\sigma}_u}{\sqrt{\sum x^2}}\right]$$

حيث $\hat{\sigma}_u = 0{,}7072$ (كما بيّنا ذلك في تمارين سابقة)

ومنه وبعد التعويض نجد

$$b \in [1{,}8062 \quad 1{,}6938]$$

أي بدرجة ثقة قدرها 95٪ فإن قيمة b تكون محصورة بين 1,6938 كحد أدنى و 1,8062 كحد أعلى.

$$a \in [1{,}7747 \quad 0{,}2253]$$

أي بدرجة ثقة قدرها 95٪ فإن قيمة a تكون محصورة بين 1,7747 و 0,2253 كحد أدنى.

* معامل التحديد (كما سبق وأن بيّنا في تمارين سابقة) وبعد التعويض نجد:

$$R = 0{,}9879$$

* معامل الارتباط (كما سبق وأن بيّنا في تمارين سابقة) وبعد التعويض نجد

$$r = 0{,}9939342$$

ولا اختبار معنوية (كما سبق وأن بيّنا في تمارين سابقة) وبعد التعويض نجد

$t_C = 141,99$

$t_T = 2,35$

ومنه نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة القائلة بوجود علاقة وثم ارتباط ذو دلالة احصائية بين الكمية المطلوبة من السلعة وسعر السلعة المباعة.

* اختبار الفرض القائل بعدم وجود أثر لـ x على y.

كما سبق وأن بيّنا :

$$t = \frac{(\hat{b} - b)\sqrt{\sum x^2}}{\hat{\sigma}_u}$$

وبعد التعويض نجد

$t_C = 15,67$

$t_T = 2,35$

ومن ثم نرفض فرض العدم القائل بعدم وجود أثر لسعر السلعة المباعة على الكمية المطلوبة من السلعة ونقبل الفرض البديل والذي يقر بوجود أثر لـ x على y

* هل يلائم النموذج البيانات عند 5%

كما سبق ورأينا في تمارين سابقة وبعد التعويض نجد

$$F_c = 245$$

$$F_T = 10,1$$

ومن ثم فإن البيانات يلائمها النموذج.

* تقدير قيمة y عند $x = 6$ وكما بينا سابقا فإن

$$\hat{Y} = 11,5$$

* تقدير قيمة y الفعلية ومتوسطها عند فترة ثقة 95% وعند $x=6$

(كما بينا ذلك في التمرين السابق رقم ثلاث)

$$Y \in [\,14,3374144 \,;\, 8,6625856\,]$$

$$E(Y) \in [\,12,863452 \,;\, 10,13655\,]$$

أنتهت السلسلة الثانية