حل سلسلة الأعداد

حل التمرين 1) لدراسة الفرضية H_0 حيث

H_0: ليس هناك فروق ذات دلالة إحصائية بين المتوسط الحسابي μ_1 لتحويل المجموعة 1 والمتوسط الحسابي μ_2 لتحويل المجموعة 2

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

1) إيجاد قيمة t النظرية:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\underbrace{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}_{f} \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{f\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

حيث

$$f = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

- إيجاد $\bar{x}_1$، $\bar{x}_2$، s_1^2، s_2^2 :

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = \frac{48+39+22+37+48+28+30}{7} = 36$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = \frac{40+30+28+29+40+33+32}{7} = 33,14$$

$$s_1^2 = \frac{\sum x_{i1}^2}{n_1} - (\bar{x}_1)^2 = \frac{(48)^2+(39)^2+(22)^2+(37)^2+(48)^2+(28)^2+(30)^2}{7} - (36)^2$$

$$= \frac{9666}{7} - 1296$$

$$= 1380,85 - 1296 = 84,85$$

$$s_2^2 = \frac{\sum x_{i2}^2}{n_2} - (\bar{x}_2)^2 = \frac{(40)^2+(30)^2+(28)^2+(29)^2+(40)^2+(33)^2+(32)^2}{7} - (33,14)^2$$

$$= \frac{7838}{7} - 1098,25$$

$$= 1119,71 - 1098,25$$

$$= 21,46$$

حساب قيمة f:

$$f = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2-2)}$$

$$= \frac{(7-1)(84,85)+(7-1)(21,46)}{(7+7-2)}$$

$$= \frac{6\times 84,85 + 6 + 21,46}{12} = \frac{509,1 + 128,76}{12} = 53,15$$

إيجاد قيمة t:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{f\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{36 - 33,14}{\sqrt{53,15\times\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\right)}} = \frac{2,86}{\sqrt{53,15\times\left(\frac{2}{7}\right)}}$$

$$= \frac{2,86}{\sqrt{15,18}} = \frac{2,86}{3,89} = 0,73$$

إيجاد قيمة t الجدولية: لدينا:

$df = n_1 + n_2 - 2 = 12$

$\alpha = 0,05$

$t_{\alpha, df} = t_{0,05;12} = 2,179$

3) مقارنة t النظرية بـ t الجدولية

نلاحظ أن t النظرية أقل من t الجدولية، إذن نقبل الفرضية الصفرية القائلة بأنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في الوقت الذي نرفض الفرضية البديلة

3) نختبر الفرضية الصفرية H_0 ضد:

H_1: توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين المتوسط الحسابي μ_1 لعلامات طلبة المجموعة (1) والمتوسط الحسابي μ_2 لعلامات طلبة المجموعة (2)

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

1) إيجاد قيمة t النظرية

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{f \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

حيث

$$f = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)}$$

- إيجاد $\bar{x}_1$ ، $\bar{x}_2$ ، s_1^2 ، s_2^2:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i1}}{n_1} = \frac{20 + 17 + 10 + 13 + 15 + 14 + 14}{7} = 14,71$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i2}}{n_2} = \frac{19 + 15 + 17 + 10 + 3 + 8 + 19 + 10 + 16}{9} = 13$$

$$s_1^2 = \frac{\sum x_{i1}^2}{n_1} - (\bar{x}_1)^2$$

$$= \frac{(20)^2 + (17)^2 + (10)^2 + (13)^2 + (15)^2 + (14)^2 + (14)^2}{7} - (14,71)^2$$

$$= \frac{1575}{7} - 216,38$$

$$= \boxed{8,62}$$

$$S_2^2 = \frac{\sum x_{i2}^2}{n_2} - (\bar{x}_2)^2$$

$$= \frac{(19)^2 + (15)^2 + (17)^2 + (10)^2 + (3)^2 + (8)^2 + (19)^2 + (10)^2 + (16)^2}{9} - (13)^2$$

$$= \frac{1765}{9} - 169 = 196,11 - 169 = 27,11$$

$$f = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)} = \frac{(7-1)(8,62) + (9-1)(27,11)}{(7+9-2)}$$

$$= \frac{6 \times 8,62 + 8 \times 27,11}{14} = \frac{268,6}{14} = 19,18$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{f \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{14,71 - 13}{\sqrt{19,18\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)}} = \frac{1,71}{\sqrt{19,18\left(\frac{9+7}{63}\right)}}$$

$$= \frac{1,71}{\sqrt{19,18\left(\frac{16}{63}\right)}} = \frac{1,71}{\sqrt{\frac{306,88}{63}}} = \frac{1,71}{2,20} = 0,77$$

إيجاد قيمة t الجدولية:

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

$$= 7 + 9 - 2 = 14$$

$$\alpha = 0,05$$

$$t_{\alpha, df} = t_{\underline{0,05}, \underline{14}} = 2,145$$

3) مقارنة t النظرية بـ t الجدولية:

نلاحظ أن قيمة t النظرية أقل من قيمة t الجدولية، إذن نقبل الفرضية الصفرية H0 وعليه لا يوجد فرق بين مستوى التحمل للمجموعتين