Chapitre *III* *TORSION*

1. Définition

Un élément en béton armé est soumis à la torsion pure lorsque les forces appliquée sur elle sont excentrées par rapport au plan de symétrie longitudinale.

Une pièce soumise à la fois à la flexion et à la torsion lorsque la charge excentrée agit sur une poutre. Exp : une poutre reçoit la charge P par l'intermédiaire d'une consols est soumise à la flexion et à la torsion.

2. Type de Torsion

Il existe deux type de torsion quelle que soit la géométrie de la section:

- ***La torsion uniforme*** **:** qui se développe (prédominante) dans les section fermées. Ce type provoque une rotation d'ensemble de la section, en conservant pratiquement sa forme initiale. Seules des contraintes de cisaillement apparaissent dans les parois (Figure 3.1). La transmission du moment de torsion au travers de la section se fait sous la forme d'un flux de cisaillement de valeur constante. Ce flux est le produit de la contrainte de cisaillement et de l'épaisseur de la paroi ($V = \tau . e = cte$).

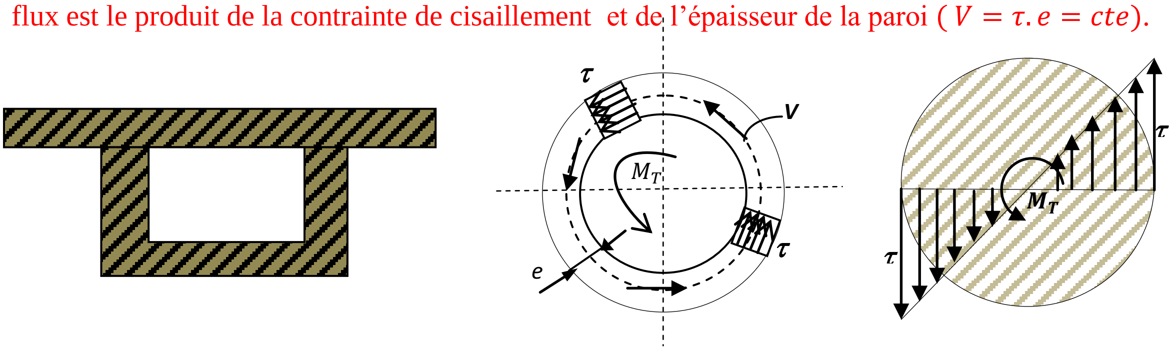


Figure 3.1

- ***La torsion non uniforme*****:** qui se développe (prédominante) dans les section ouvertes. La transmission du moment de torsion dans une section ouverte (Figure 3.2) engendre simultanément des contraintes de cisaillement et des contraintes normales.

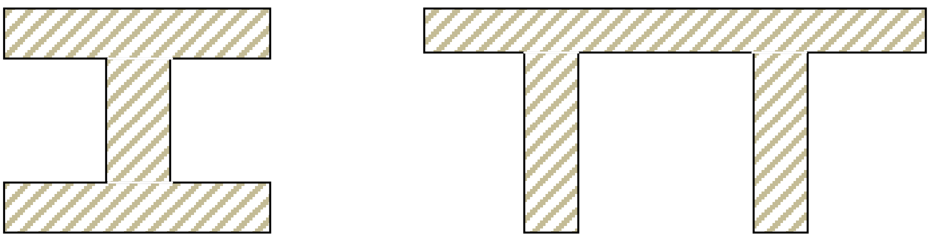


Figure 3.2

3. Comportement des poutres soumise à un moment de torsion

Considérons une poutre ***AB*** encastrée à ses deux extrémités (Figure *3.3*) et soumise à une charge ***P*** agissant à la distance ***e*** de son plan symétrie. La poutre AB sera soumise à la flexion et à la torsion. La charge P, représentée en pointillé sur la figure ,donnera un moment de torsion $\boldsymbol{M_t}$ ainsi que ce moment donne dans les section d'extrémités deux moment de torsion :

$\boldsymbol{M_A} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{L}} M_t$ et $\boldsymbol{M_B} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{L}} M_t$

Avec $\boldsymbol{M_t = P\ e}$

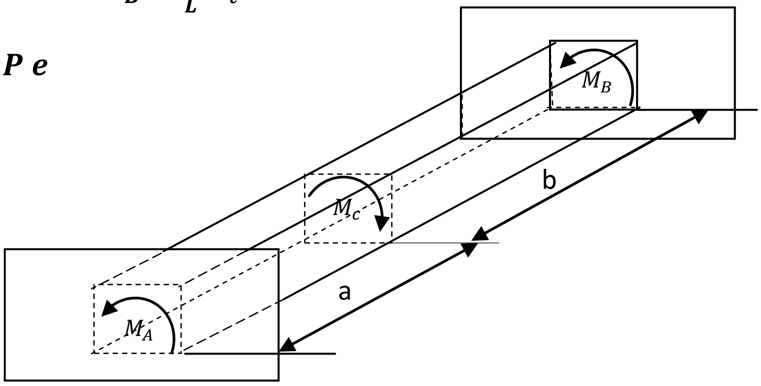


Figure 3.3

4. Contraintes tangente de torsion

- ***Section creuses (tubulaires) :*** la contrainte tangente de torsion (τ) pour une section creuse (Figure 3.4) est constante sur l'épaisseur et se dirige suivant la tangente à la ligne moyenne Elle est donnée par :

$$\tau = \frac{M_t}{2\Omega e}$$

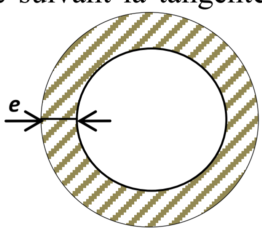


Figure 3.4

Avec :

M_t moment de torsion
e : épaisseur de la paroi au point considéré
Ω : air du contour tracé à mi-épaisseur des parois.

- **Sections pleines :** on remplace la section réelle par une section creuse, dont l'épaisseur de paroi est prise égale au $1/6$ du diamètre du cercle qu'il est possible d'inscrire à l'intérieur de la section (Figure 3.5). La contrainte tangente sera calculée par la formule donnée pour la section creuse.

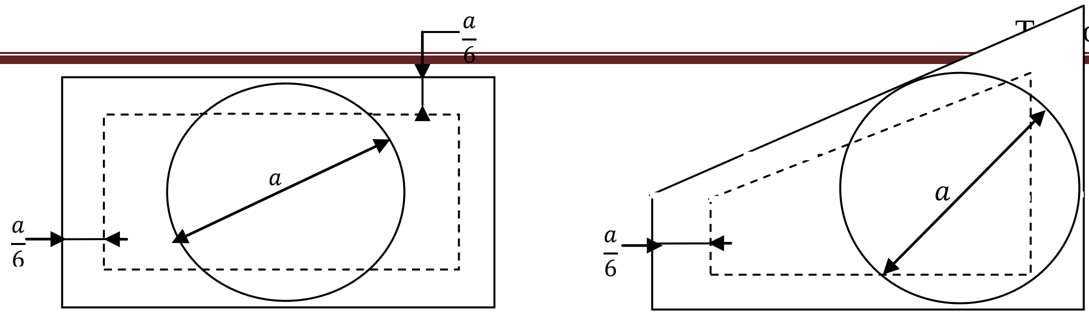


Figure 3.5

Les pièces soumises à la torsion comportent :

- des armatures longitudinales parallèles à l'axe de la pièce et placés prés de la parois et seront calculées par la formule suivante :

$$A_l = \frac{u.\gamma_s.M_t}{2\Omega.f_e}$$

- des armatures transversales sont des étriers placés dans des plans perpendiculaires à l'axe de la section et entourant les armatures longitudinales, et seront calculées par la formule suivante :

$$\frac{A_t}{s_t}\frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{M_t}{2\Omega}$$

Avec M_t moment de torsion
u périmètre de l'aire Ω
s_t espacement entre les armatures transversales

Les armatures ainsi déterminées sont rajouter à combiner avec celles équilibrant l'effort tranchant.

Dans les sections rectangulaires, les armatures longitudinales sont concentrées aux angles de la section et si, les dimensions de la section sont importantes, on prévoit des armatures intermédiaires. Les cadres sont disposés dans le plan perpendiculaires à la ligne moyenne leur espacement est inférieur à la plus petite dimension de la section.

5. Pourcentage minimale

Le pourcentage minimale d'armatures prévu pour les âmes des poutres soumises à l'effort tranchant s'applique aux pièces soumises à la torsion. Ce pourcentage est calculé par la formule :

$$\frac{A_l}{b.u} f_e \quad et \quad \frac{A_t\,.\,f_{et}}{e.s_t} \geq 0.4\;MPa$$

b : largeur de la section pour une section pleine;

$b = 2b_0$ pour une section creuse d'épaisseur de parois b_0.

6. Espacement maximal

Comme l'effort tranchant l'espacement : $s_t \leq min \begin{Bmatrix} 0.9d \\ 40cm \\ 15\ \emptyset_{l\ min} \end{Bmatrix}$

7. Justification des poutres sous sollicitation de torsion

La vérification d'une section soumise à la torsion implique :

- Le dimensionnement des étriers nécessaires à la reprise des force de traction ;
- La vérification des bielles de béton comprimées ;
- Le calcul de l'armature longitudinales supplémentaire.

7.1 Justification du béton

On doit vérifier :

$\tau_{ut}+\tau_{uv} \leq \tau_{lim}$ $\quad$ ($sections\ creuses$)

$\tau_{ut}^2 + \tau_{uv}^2 \leq \tau_{lim}^2$ $\quad$ ($sections\ pleines$)

Avec :

- τ_{ut} contrainte tangente due au couple de torsion T_u

- τ_{uv} contrainte tangente due à l'effort tranchant V_u

avec : $\quad \tau_{uv} = \frac{V_u}{bd}$ (section pleine)

$\tau_{uv} = \frac{V_u}{2b_0 d}$ (section creuse)

Les contraintes tangentes seront limitées par les valeurs suivantes :

- Fissuration peu préjudiciable : $\tau_u \leq \min \left[\frac{0.2\ f_{c28}}{\gamma_b};\quad 5\ MPa\right]$
- Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable : $\tau_u \leq \min \left[\frac{0.15\ f_{c28}}{\gamma_b};\quad 4MPa\right]$
- Armatures inclinées à 45° $\tau_u \leq \min \left[\frac{0.2\ 7f_{c28}}{\gamma_b};\quad 7\ MPa\right]$

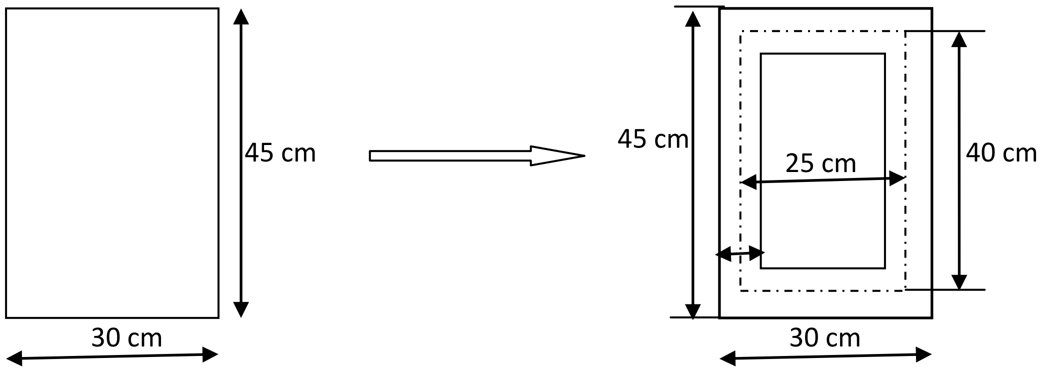
Application

Exercice N°1

Soit une section rectangulaire pleine de $(45 \times 30)cm^2$ *soumise à un moment de torsion* $M_t = 30\ kNm$. *La fissuration est préjudiciable, les armatures sont en acier type* $FeE\ 235$. *Pour le béton* $f_{c28} = 25MPa$.

- *Déterminer les armatures longitudinales et transversales ;*
- *Vérifier la contrainte dans le béton.*

Solution



1. ***Vérification de la contrainte de cisaillement*** :

Nous remplacerons la section pleine par la section creuse représentée si dessus, avec:

$$e = \frac{30}{6} = 5\ cm$$

$$\Omega = (45 - 5)(30 - 5) = 1000\ cm^2$$
$$u = (40 \times 25)2 = 130\ cm$$

Nous avons alors :

$$\tau = \frac{M_t}{2\Omega e} = 3\ MPa$$

- Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable :

$\tau_u \leq \min\left[\frac{0.15\, f_{c28}}{\gamma_b};\quad 4MPa\right] = 25\ MPa$

Donc on a : $\tau_u = 3\ MPa < 25\ MPa \quad (condition\ vérifiée)$

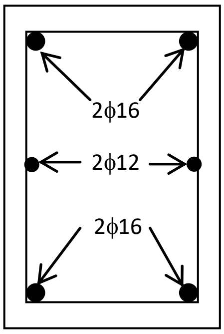
2. *Calcul des armatures longitudinales*

$u = (40 \times 25)2 = 130\ cm$

$$A_l = \frac{u.\gamma_s.M_t}{2\Omega\,.f_e}$$

Donc on a $A_l = 9.54\ cm^2$ soit $4\emptyset 16 + 2\emptyset 12 = 10.30\ cm^2$

3. ***Calcul des armatures transversales :***



Ferraillage

Si nous prenons un cadre en $\phi 10$ $(A_t = 0.78\ m^2)$

$$s_t = \frac{2.\Omega.A_t}{M_t}\frac{f_e}{\gamma_s} = 10.62\ cm \quad \text{soit} \quad s_t = 10\ cm$$

4. Le pourcentage minimale

$$\frac{A_l}{b.u}f_e \qquad et \qquad \frac{A_t\,.f_{et}}{e.s_t} \geq 0.4\ MPa$$

$$\frac{A_l}{b.u}f_e = 0.62\ MPa \geq 0.4\ MPa \qquad et \qquad \frac{A_t\,.f_{et}}{e.s_t} \geq 0.4\ MPa\ (\boldsymbol{C}\,.\boldsymbol{V})$$