Chapitre 3 : Charges extérieures et réaction d'appuis[1]

Objectif(s) :

A l'issue de l'étude de ce chapitre, le lecteur doit être capable de : Calculer les réactions d'appuis de n'importe quelle structure isostatique, soumise à n'importe quel système de charges

3.1 Charges extérieures :

3.1.1 Définition : les charges extérieures sont les forces d'interaction entre un corps et les corps qui les corps qui lui sont en contact

3.1.2 Classification des charges extérieures :

1. d'après la nature de distribution :

Les charges extérieures appliquées sur un ouvrage ou sur l'un de ses éléments sont des forces ou des moments de forces .elles peuvent être reparties ou concentrées.

a.les charges concentrées :

une charge concentrée est une charge appliquée en un seul point, dans une direction bien définie. Elle peut être une force et s'exprime par le Newton, ses multiple ou ses sous multiples, ou un moment et s'exprime par le produit de l'unité de force par l'unité de longueur, (N.m) , par exemple.

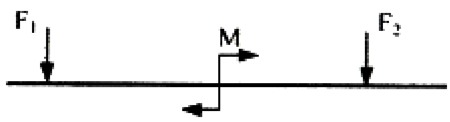


Fig :3-1

b. charges réparties :

une charge répartie est une charge dont l'influence touche plusieures points d'un corps . elle peut etre répartie sur :

- Une ligne et portera le nom de (charge linéaire)
- Une surface et portera le nom de (charge surfacique)
- Un volume et portera le nom de (charge volumique ou massique)

[1] Zebar abdelkader : Résistance des matériaux , dar-el-houda,2005.

- Charges linéaires :

Ces charges peuvent être de répartition uniforme ou non, si la répartition est uniforme (figure 3.2)

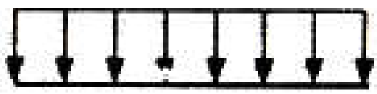


Fig 3.2

la charge est dite : « charge linéaire uniformément répartie » Si la répartition est non uniforme (figur 3.3) la charge est dite : « charge linéaire à répartition variable »

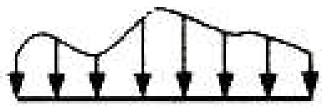


Fig 3.3

Les charges linéaires s'expriment par l'unité de mesure des forces rapportée à l'unité de mesure des longueurs (N/m, KN/m..).

- La résultante d'une charge linéaire est , numériquement, égale à l'aire de son diagramme. Le centre de gravité de ce dernier est le point d'application de la résultante. de gravité de ce diagramme .le centre de gravité de ce dernier est le point d'application de la résultante.

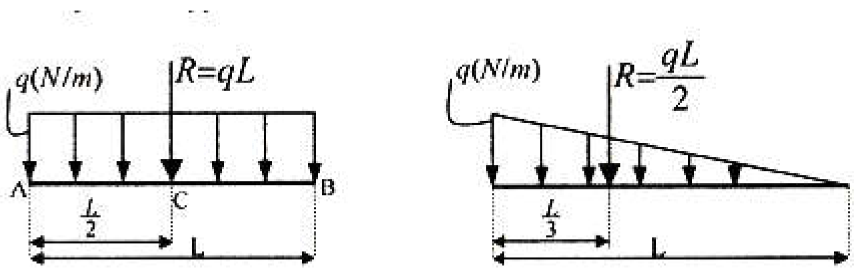


Fig 3.4

- charge surfaciques :

Ce sont des charges réparties sur une surface, exemple : pression des vents ou des liquides sur un mur.

- les charges surfaciques s'expriment par l'unité de mesure des forces rapportée à l'unité de mesure des surfaces (N/m^2)

- la résultante d'une charge surfacique est, numériquement, égale au produit de la charge surfacique par l'aire de la surface de répartition.

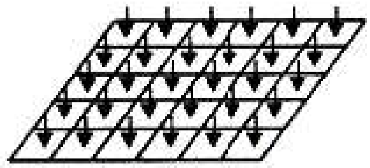


Fig 3.5

- Charge volumiques (massique) :

  Ce sont des charges agissant sur l'ensemble des points d'un corps. exemple : (poids propre des corps). Les charges volumiques s'expriment par l'unité de mesure des forces rapportée à l'unité de mesure des volumes (N/m^3, KN/m^3).

  - La résultante d'une charge volumique est, numériquement, égale au produit du volume de répartition par la charge volumique

2. D'après la nature d'application dans le temps :

Selon leur nature d'application dans le temps, les charges extérieures se divisent en charges statiques et charges dynamiques.

- a. Charges statiques :

une charge est dite statique si elle ne change pas d'intensité ,de point d'application et de direction dans le temps. exemple : poids propres des corps

- b. Charges dynamique :

ce sont des charges qui varient de façon importante dans le temps. Exemple :les charges instantanées, les charges de chocs, séisme

3.2 Condition d'équilibre d'un corps :

Outre, les déformations quelles peuvent causer au corps sur lequel elles agissent, les charges extérieures peuvent, également, provoquer le mouvement du corps, par translation et/ou rotation.

Pour qu'un corps soit en équilibre, il faut donc, qu'il ne fasse aucun de ces mouvements (translation et rotation).cela peut se traduire, analytiquement, dans le plan, X et Y, par exemple, par les équations : $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$

Ou :

$\sum F_x$: Somme algébrique des projections, suivant l'axe X, de toutes les forces agissant sur le corps.

$\sum Fy$: Somme algébrique des projections, suivant l'axe Y, de toutes les forces agissant sur le corps.

$\sum M$:Somme algébrique des moments de toutes les forces agissant sur le corps par rapport à n'importe quel point de ce dernier.

- En vérifiant donc, l'équation $\sum F_x = 0$, on bloquera tout mouvement de translation suivant l'axe X ;

- En vérifiant donc, l'équation $\sum F_y = 0$, on bloquera tout mouvement de translation suivant l'axe Y ; et en vérifiant l'équation $\sum M = 0$ on bloquera tout mouvement de rotation .dans l'espace , l'équilibre d'un corps est vérifiée , si les équations ci-dessous serons vérifiées : $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$, $\sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0$

<u>3.3 Les Appuis :</u>

3.3.1 Roles des appuis :

Les appuis d'un ouvrage sont destinés à bloquer les mouvements que peuvent lui causer les charges qui agissent sur lui.

3.3.2 Types d'appuis :

Les appuis se divisent en trois types :

- a .Appui simple :

parmi les trois mouvements possibles, dans le plan (2 translation + 1 rotation), l'appui simple ne peut bloquer que le mouvement de translation qui est perpendiculaire à son plan d'appui .il est représenté schématiquement, comme le montre la figure 3-6

Fig3-6

- b. l'appui double :

l'appuis double admet la rotation et empêche les mouvements de translation, perpendiculaire et parallèle à son plan d'appui.il est représenté schématiquement comme le montre la figure 3.7 sa réaction peut être décomposée en deux composantes (R_v et R_H)
R_V :est perpendiculaire au plan d'appui
R_H :est parallèle au plan d'appui

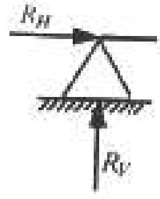


Fig 3.7

- c. Encastrement :

les trois mouvements possible dans le plan sont bloqués par ce type d'appui si réaction se décompose, généralement , en une composante horizontale RH (réaction horizontale) et une composante verticale R_v (réaction verticale), il se produit également, au niveau de cet appui, un moment dit (moment d'encastrement M)

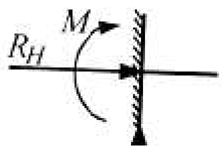


Fig 3.8

L'encastrement est représenté , schématiquement , comme l'indique la figure 3.8

3.3.3 les réaction d'appuis :

Tout d'abord , il faut signaler qu'en fonction du nombre des réactions d'appuis inconnues des système , on distingue :les systémes isostatique et les systèmes hyperstatiques.

- a. Systèmes isostatique :

Ce sont des système dont le nombre des réactions d'appuis est égal à trois. Autrement dit : un système, dans le plan, est isostatique si on peut déterminer ses réactions d'appuis en utilisant uniquement les équations de l'équilibre statique :
$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$

Exemple :

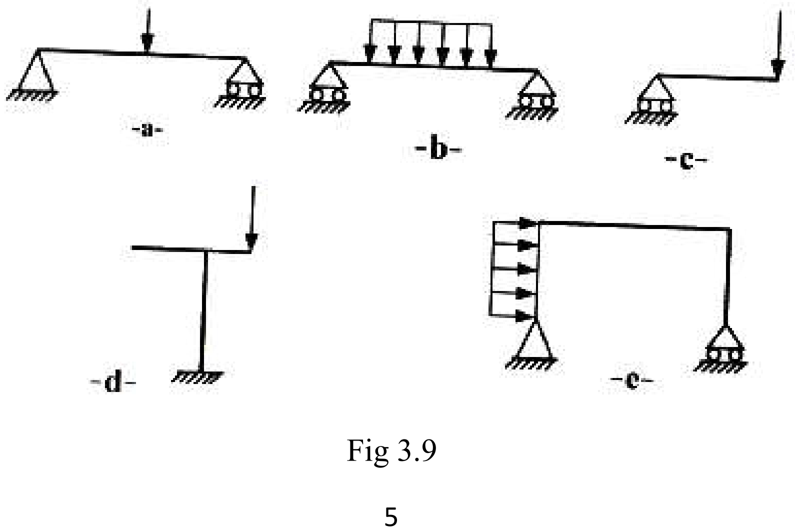


Fig 3.9

Comme le nombre des réactions d'appuis de chacun des systèmes ci-dessus (fig.3.9) ne dépasse pas trois, ces systèmes sont isostatiques .Néanmoins, il faut signaler que les système dont le nombre de réactions est inférieur à trois (système b et c) , sont des systèmes instables. Ces systèmes seront en mouvement continu .s'ils sont soumis à des charges horizontales .

Il est à signaler, également, que malgré le nombre de leurs réactions qui dépasse trois, les systèmes ci-dessous (fig 3.10) sont des système isostatiques car, en plus des équations de l'équilibre statique, on peut écrire que la somme des moments des forces se trouvant d'un coté ou de l'autr de chaque articulation (R) est nulle.

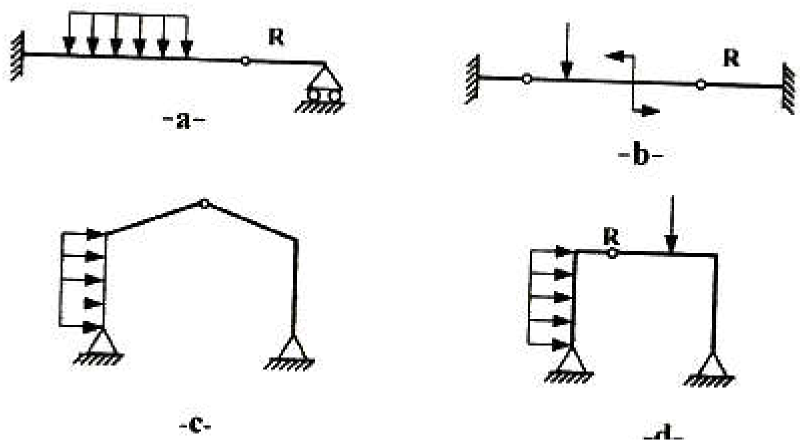
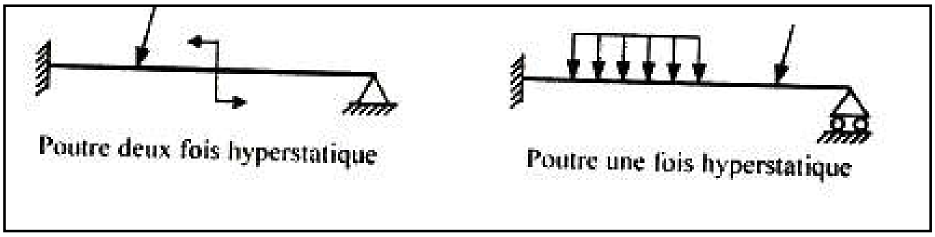


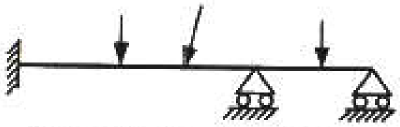
Fig 3.10

- b.Systèmes hyperstatiques :

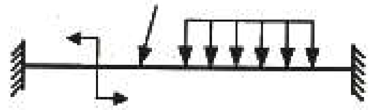
Ce sont des système dont les réactions d'appuis ne peuvent pas être déterminées à partir, uniquement, des équations de l'équilibre statique.

Outre les équations de l'équilibre statique , il est nécessaire, dans de tels systèmes, de composer des équations supplémentaires qui prennent en considération les déformations susceptibles de se produire dans les éléments du système . ces équations supplémentaires sont dites « équations de déformation ».leur nombre sera égal à celui des réactions d'appui inconnues diminué du nombre des équations de l'équilibre statique.

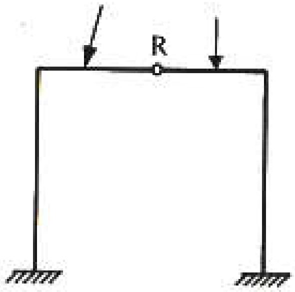




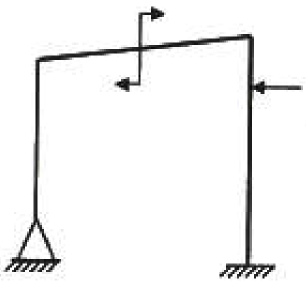
Poutre deux fois hyperstatique



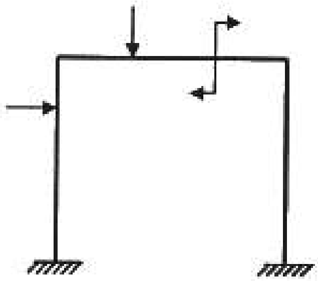
Poutre trois fois hyperstatique



Portique deux fois hyperstatique



Portique deux fois hyperstatique



Portique trois fois hyperstatique

3.3.3.1 Calcul des réactions d'appui des systèmes isostatiques :

Pour calculer les réactions d'appui d'un système isostatiques quelconque , on suit les étapes suivantes :

- Représentation des réactions sur les appuis du système (dans cette tape, les sens des réactions sont arbitraires).

- Choix d'un repère sur la base duquel seront déterminés les sens positifs et négatifs des forces et des moments.

Application des équations de l'équilibre statique : $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$

Remarque :

Si, après calcul, on s'aperçoit que l'une des réactions est négative, cela veut dire que le sens qu'on lui a attribué au départ (1ere étape) est faut et qu'il doit être inversé

Exercices d'application :

<u>Exercice 1.3 :</u>

Siot la poutre représentée sur la figure -3.12- ,

déterminer les réaction d'appui.

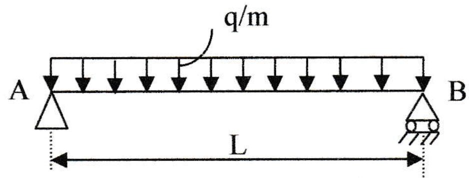
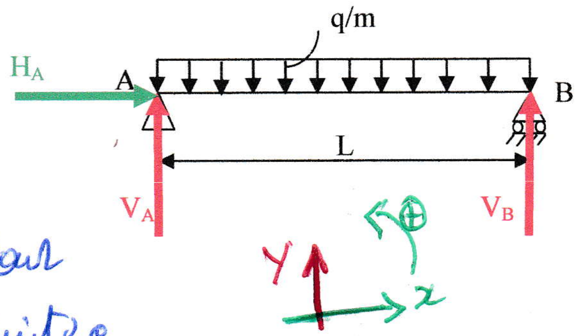


Fig.-3.12-

<u>Solution :</u>



Apres représentation des réaction d'appuis, et choix du repère, il suffit d'appliquer les équations de l'équilibre statique Pour déterminer V_A, V_B, H_A, comme suite

$$\sum F_x = 0, \quad \boxed{H_A = 0}$$

$$\sum F_y = 0, \quad V_A + V_B - qL = 0 \Rightarrow V_A + V_B = qL$$

$$\sum M_{/A} = 0 \quad V_B \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{V_B = \frac{qL}{2}}$$

$$\sum M_{/B} = 0 \quad V_A \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = \frac{qL}{2}}$$

<u>Exercice 2.3 :</u>

Siot la poutre représentée sur la figure -3.13- ,

déterminer les réaction d'appui.

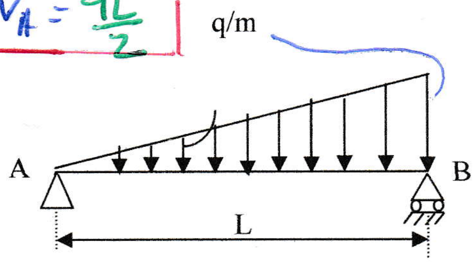
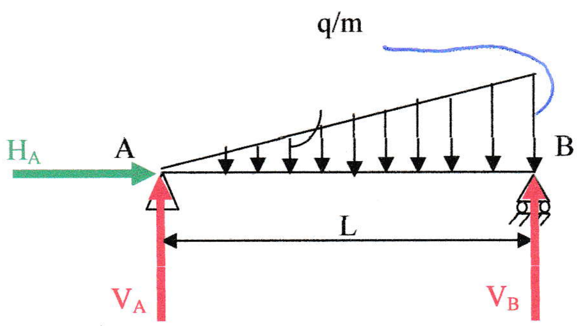


Fig.-3.13-

<u>Solution :</u>

En appliquant les équation d'équilibre, on peut écrire



$$\sum F_x = 0, \quad H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_B - \frac{1}{2}(qL) = 0$$

$$\Rightarrow V_A + V_B = \frac{qL}{2}$$

$$\sum M_{/B} = 0 \quad -V_A \cdot L + q \cdot \frac{L}{2}\left(\frac{L}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{qL}{6}$$

$$\sum M_{/A} = 0, \quad V_B \cdot L - q\frac{L}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot L\right) = 0 \Rightarrow V_B = \frac{qL}{3}$$

Vérification : $V_A + V_B = \frac{qL}{6} + \frac{qL}{3} = \frac{qL}{2}.$

Exercice 3.3 :

Siot la poutre représentée sur la figure -3.14- , déterminer les réaction d'appui.

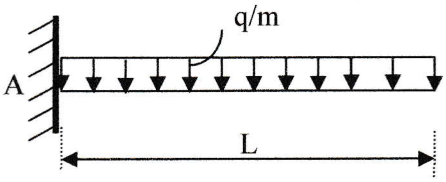
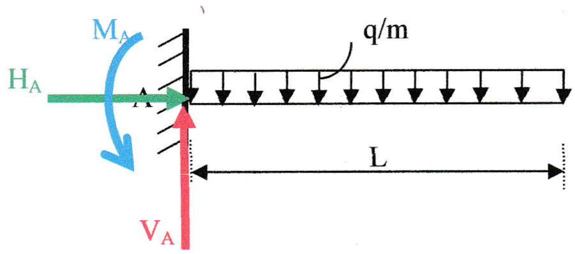


Fig.-3.14-

Solution :

En appliquant les équation d'équilibre, On peut écrire :



$\sum F_x = 0, \quad \boxed{H_A = 0}$

$\sum F_y = 0, \quad V_A - qL = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = qL}$

$\sum M_{/A} = 0 \quad M_A - qL\cdot\frac{L}{2} = 0$

$\Rightarrow \boxed{M_A = \frac{qL^2}{2}}$

Exercice 3.4 :

Soit l'ossature représenté sur la figure -3.15- , calculer les réaction d'appuis

. On donne :P=3KN, q_1=3KN/m, q_2=2kN/m

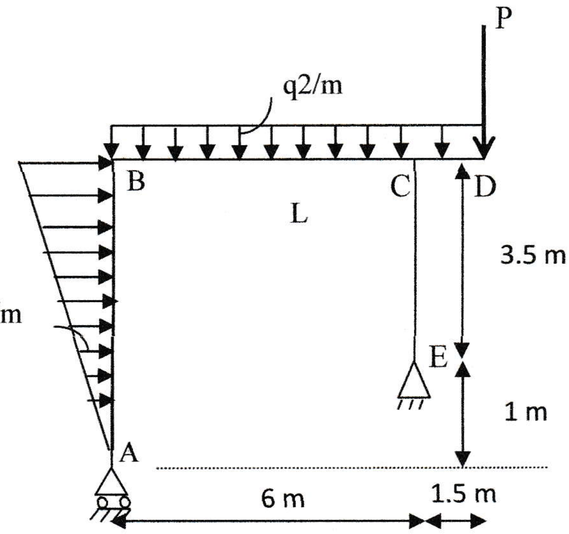
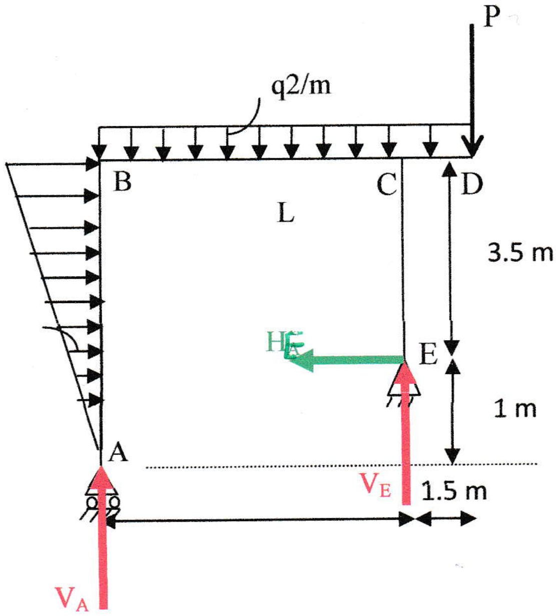


Fig.-3.15-

Solution :



En appliquant les équations de l'équilibre statique, on trouve :

$\sum F_x = 0$, $H_E - \frac{4,5\, q_1}{2} = 0$

$\Rightarrow H_E = \frac{4,5 \cdot 3}{2} = 6,75$ KN

$\sum F_y = 0$, $V_A + V_B = 7,5\, q_2 + P = 18$ KN

$\sum M/A = 0$, $\frac{4,5\, q_1}{2}\left(\frac{4,5 \times 2}{3}\right) + 7,5\, q_2 \left(\frac{7,5}{2}\right) + 7,5\, P - H_E(1) - 6V_E = 0$

$\Rightarrow V_E = 15,375$ KN

$\sum M/E = 0$, $6V_A + \frac{4,5\, q_1}{2}(2) - 7,5\, q_2 (2,25) + 1,5\, P = 0$

$\Rightarrow V_A = 2,625$ KN

Vérification : $V_A + V_E = (2,625 + 15,375) = 18$ KN