Université Med Khider - Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique
Master 1 Energétique

# Dynamique des Gaz (Solutions de la série n°3)

**Ex. 5**:

Pour une onde de choc oblique nous avons:

a) $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}\right)\mathrm{Ma}_1^2 \sin^2\beta - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) = \left(\frac{2\times1.4}{1.4+1}\right)(2)^2 \sin^2(40°) - \left(\frac{1.4-1}{1.4+1}\right) = 1.76$, $\quad p_2 = 0.88\times10^5$ Pa

b) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(2+(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta\right)\left(2\gamma\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta-(\gamma-1)\right)}{(\gamma+1)^2\,\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta}$

$= \frac{\left(2+(1.4-1)(2)^2\sin^2(40°)\right)\left(2\times1.4\times(2)^2\sin^2(40°)-(1.4-1)\right)}{(1.4+1)^2\,(2)^2\sin^2(40°)} = 1.182$, $\quad T_2 = 322.7$ K

c) Puisque l'onde de choc est attachée au coin, alors $\delta < \theta_{\max}$ et par conséquent $\theta = \delta$ (en négligeant l'effet de la couche limite):

$$\delta = \theta = \arctan\left(\frac{2\cot\beta\left(\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta-1\right)}{\mathrm{Ma}_1^2(\gamma+\cos(2\beta))+2}\right) = \arctan\left(\frac{2\cot(40°)\left((2)^2\sin^2(40°)-1\right)}{(2)^2(1.4+\cos(80°))+2}\right)$$

$\delta = 0.1845$ rad $= 10.62\,°$

donc l'angle d'ouverture du coin est: $\quad 2\delta = 21.25\,°$

d) $\mathrm{Ma}_2 = \sqrt{\frac{(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta+2}{2\gamma\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta-(\gamma-1)}\frac{1}{\sin^2(\beta-\theta)}}$

$= \sqrt{\frac{(1.4-1)(2)^2\sin^2(40°)+2}{2\times1.4\times(2)^2\sin^2(40°)-(1.4-1)}\frac{1}{\sin^2(40°-10.62°)}} = 1.62$

**Ex. 6**:

D'après la figure ci-dessous (voir cours), pour $\theta = 15°$ et $\mathrm{Ma}_1 = 2$, nous avons:

**1) $\beta \approx 45°$ (onde oblique faible)**

a) $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}\right)\mathrm{Ma}_1^2 \sin^2\beta - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) = \left(\frac{2\times1.4}{1.4+1}\right)(2)^2 \sin^2(45°) - \left(\frac{1.4-1}{1.4+1}\right) = 2.16$

b) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(2+(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta\right)\left(2\gamma\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta-(\gamma-1)\right)}{(\gamma+1)^2\,\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta}$

$= \frac{\left(2+(1.4-1)(2)^2\sin^2(45°)\right)\left(2\times1.4\times(2)^2\sin^2(45°)-(1.4-1)\right)}{(1.4+1)^2\,(2)^2\sin^2(45°)} = 1.264$

c) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta}{2+(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta} = \frac{(1.4+1)(2)^2\sin^2(45°)}{2+(1.4-1)(2)^2\sin^2(45°)} = 1.71$

d) $\mathrm{Ma}_2 = \sqrt{\frac{(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta+2}{2\gamma\mathrm{Ma}_1^2\sin^2\beta-(\gamma-1)}\frac{1}{\sin^2(\beta-\theta)}}$

$$= \sqrt{\frac{(1.4-1)(2)^2 \sin^2(45°)+2}{2\times 1.4\times (2)^2 \sin^2(45°)-(1.4-1)} \frac{1}{\sin^2(45°-15°)}} = 1.47$$

**2) $\beta \approx 80°$ (onde oblique forte)**

a) $\frac{p_2}{p_1} = 4.53$

b) $\frac{T_2}{T_1} = 1.66$

c) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2.62$

d) $Ma_2 = 0.64$