جامعة محمد خيضر – بسكرة –
كلية العلوم والتقنيات

السنة الثانية (LMD/ ST)
السنة الدراسية 2015 / 2016

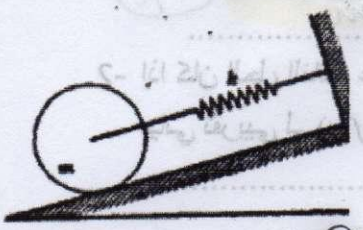
امتحان مادة فيزياء 3

التمرين 1: نقاط

تتكون جملة ميكانيكية من أسطوانة نصف قطرها R وكتلتها m، ونابض ذو ثابت مرونة K كما في الشكل المقابل

- **الحالة a-** تتزلق بدون إحتكاك (الكرة تنسحب ولا تدور) أوجد عبارة كل من :

1- الطاقة الكامنة (مختصرة)



$E_p = \frac{1}{2} K x^2 \; , \; x = R\theta$

$E_p = \frac{1}{2} K R^2 \theta^2$

2- الطاقة الحركية

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$E_c = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2$

3- المعادلة التفاضلية للحركة

$\frac{dE}{dt} = 0 \; , \; E = E_c + E_p$

$\frac{dE}{dt} = (m R^2 \ddot{\theta} + K R^2 \theta)\dot{\theta} = 0 \Rightarrow m\ddot{\theta} + K\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{K}{m}\theta = 0$

4- النبض الذاتي للجملة

$W_0 = \sqrt{K/m}$

- **الحالة b-** تدور بدون إنزلاق (الكرة تنسحب وتدور) أوجد عبارة كل من

1- الطاقة الكامنة (مختصرة)

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 \; , \; x = R\theta \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K R^2 \theta^2$

2- الطاقة الحركية

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \; , \; J = \frac{1}{2} m R^2 \; , \; v = \dot{x}$

$E_c = \frac{1}{2}\left(m R^2 + \frac{1}{2} m R^2\right)\dot{\theta}^2 = \frac{3}{4} m R^2 \dot{\theta}^2$

3- المعادلة التفاضلية للحركة

$dE/dt = 0$

$\left(\frac{3}{2} m R^2 \ddot{\theta} + K R^2 \theta\right)\dot{\theta} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} m\ddot{\theta} + K\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{2K}{3m}\theta = 0$

4- النبض الذاتي للجملة

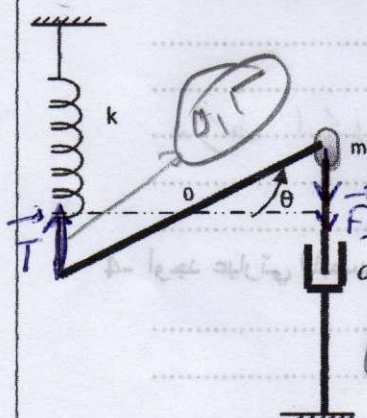
$W_0 = \sqrt{2K/3m}$

التمرين 2: نقاط

في الشكل المقابل الجملة الميكانيكية متكونة من ساق مهملة الكتلة طولها 2L قابلة للدوران حول مركزها النقطة O يكون النظام في حالة التوازن عند $\theta = 0$. والاهتزازات صغيرة.

1. - أوجد المعادلة التفاضلية بطريقتين

a) طريقة الطاقة أو طريقة لاغرانج (الطاقة الكامنة مختصرة)



$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m L^2 \dot{\theta}^2$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K L^2 \theta^2$

$D = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}^2 = \frac{1}{2} \alpha L^2 \dot{\theta}^2$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = 0 \; , \; \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = m L^2 \dot{\theta}$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = -K L^2 \theta \; , \; \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = \alpha L^2 \dot{\theta} \; , \; \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) = m L^2 \ddot{\theta}$

$m L^2 \ddot{\theta} + 4 L^2 \dot{\theta} + K L^2 \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{4}{m}\dot{\theta} + \frac{K}{m}\theta = 0$

امتحان مادة فيزياء 3

b) طريقة نيوتن (العزوم): عند التوازن $\sum \vec{M}(\vec{F}_{ext}) = 0 \Rightarrow -Kx\ell L - mgL = 0$

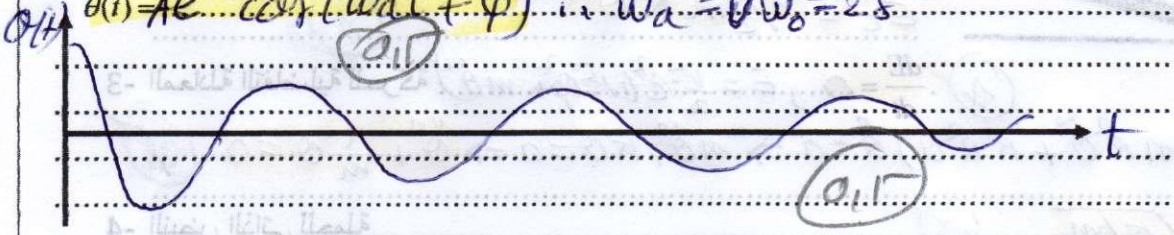
عند الحركة $\sum \vec{M}(\vec{F}_{ext}) = \vec{I}\vec{\theta} = mL^2\ddot{\theta}$

$-K(x+x\ell)L - mgL = mL^2\ddot{\theta}$

$mL^2\ddot{\theta} + Kx\ell L + KL^2\theta + mgL = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{x}{m}\dot{\theta} + \frac{K}{m}\theta = 0$

2- إذا كان الحل الناتج عبارة عن إهتزازات متخامدة فاكتب العبارة العامة لشكل الحل $\theta(t)$.مع رسم بياني تقريبي لـ $\theta = f(t)$

$\theta(t) = Ae^{-\delta t}\cos(\omega_a t + \varphi)$ حيث $\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$



3- في حالة التخامد الحرج أوجد معامل التخامد الحرج α_c بدلالة m و k

$\alpha_c = ?$ $\quad \delta = \omega_0 \Rightarrow \frac{\alpha_c}{2m} = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \alpha_c = 2\sqrt{Km}$

التمرين 3: نقاط

لدينا جملة حرية بتطبيق معادلات لاغرانج تحصلنا على المعادلتين التاليتين:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 16x_1 - 8x_2 = 0 \quad \ldots\ldots(1) \\ \ddot{x}_2 + 16x_2 - 8x_1 = 0 \quad \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

1- ما هو عدد درجات الحرية معللا ذلك

عدد درجات الحرية = عدد الإحداثيات المناسبة لوصف الجملة = عدد المعادلات التفاضلية المستقلة

2- كيف يكون شكل الحلين المختارين ل $x_1(t)$ و $x_2(t)$

$x_1(t) = A_1 e^{i\omega t}$ أو $A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ ، $x_2(t) = A_2 e^{i\omega t}$ أو $A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$

3- با لتعويض في المعادلتين أعلاه بعبارتي $x_1(t)$ و $x_2(t)$ فما هو شرط حل جملة المعادلتين المتحصل عليها.

$(16 - \omega^2)A_1 - 8A_2 = 0 \quad I$

$-8A_1 + (16 - \omega^2)A_2 = 0 \quad II$

شرط الحل غير المعدوم $\Delta = 0$

$(16 - \omega^2)^2 - (8)^2 = 0$

4- أوجد عبارتي النبضين w_1 و w_2

$[(16 - \omega^2) - 8][16 - \omega^2 + 8] = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \omega^2 = 8 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{8} \\ \omega^2 = 24 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{24} \end{cases}$

بسكرة في 2015/03/3

تمياتي لكم بالتوفيق سليماني م.