

# حلول تمارين السلسلة الثالثة

تمرين 1:  $|A| \cdot |A^{-1}| = 1$

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$|A| = -3 - 0 + 6 = 3$$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Com } A^1$  .. كما سبق وأثبتنا

ولسبق وأثبتنا في المحاضرة الأخيرة

$$\text{Com } A^1 = \begin{vmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 0 & -9 & 6 \\ 6 & 10 & -7 \end{vmatrix}$$

ومن

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 2/3 & 10/3 & -7/3 \end{bmatrix}$$

... ونفس الطريقة يمكن إيجاد  $B^{-1}$  و  $C^{-1}$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot \text{Com } B^1 = -1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 11 & -3 \\ 29 & -45 & 14 \\ -10 & 15 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -11 & 3 \\ -29 & 45 & -14 \\ 10 & -15 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{|C|} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/4 & -1 & 1/4 \\ 0 & -1 & 1/2 \\ 1/4 & -1/4 & -1/4 \end{bmatrix}$$

2. احسب المصفوفات التالية:  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ .  
 • المصفوفة  $BC$ :

$$BC = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 3 \\ 15 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 13 & 30 \\ 21 & 14 & 37 \\ 40 & 21 & 66 \end{bmatrix}$$

$$16 = 0 \times 1 + 1 \times 1 + 3 \times 5$$

$$13 = 0 \times 0 + 1 \times 1 + 3 \times 4$$

$$30 = 0 \times 1 + 1 \times 3 + 3 \times 9$$

$$21 = 4 \times 1 + 2 \times 1 + 3 \times 5$$

$$14 = 4 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 4$$

$$37 = 4 \times 1 + 2 \times 3 + 3 \times 9$$

$$40 = 15 \times 1 + 5 \times 1 + 4 \times 5$$

$$21 = 15 \times 0 + 5 \times 1 + 4 \times 4$$

$$66 = 15 \times 1 + 5 \times 3 + 4 \times 9$$

• ونفس الطريقة يمكن حساب  $AC$  و  $AB$ .

تمرين 11: أوجد المصفوفة  $X$  (في الصفحة التالية)

3/

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 1 & 2 & 11 \\ 1 & 2 & 12 \\ 1 & 2 & 13 \\ 1 & 10 & 10 \\ 1 & 10 & 11 \\ 1 & 10 & 12 \\ 1 & 10 & 13 \\ 1 & 18 & 10 \\ 1 & 18 & 11 \\ 1 & 18 & 12 \\ 1 & 18 & 13 \end{bmatrix}$$

... اور ہر اس صفوہ  $X^1$

$$X^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 10 & 10 & 10 & 10 & 18 & 18 & 18 & 18 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 10 & 11 & 12 & 13 & 10 & 11 & 12 & 13 \end{bmatrix}$$

... اور ہر اس صفوہ  $(X^1 X)$

$$(X^1 X) = \begin{bmatrix} 12 & 120 & 138 \\ 120 & 1712 & 1380 \\ 138 & 1380 & 2136 \end{bmatrix}$$

$(X'X)^{-1}$  اور ...

دینا کا عرفنا سا بقا

$$|X'X| = 3373056$$

$$(X'X)^{-1} = \frac{\text{Cov}(X'X)}{|X'X|} = \begin{bmatrix} 0,5195 & -0,0195 & -0,0209 \\ -0,0195 & 0,100195 & 0 \\ -0,0209 & 0 & 0,10018 \end{bmatrix}$$

اور  $X'y$  کا عرفنا سا بقا

$$X'y = \begin{bmatrix} 789 \\ 8050 \\ 8236 \end{bmatrix}$$

۱. اور ہر معادہ پر  $X_1$  کا اثر  
کا عرفنا سا بقا

$$\hat{B} = (X'X)^{-1} \cdot X'y = \begin{bmatrix} 80,77781 \\ 0,312 \\ -1,16653 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80,77781 \\ 0,312 \\ -1,16653 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \hat{\beta}_1 = 80,77781 \\ \hat{\beta}_2 = 0,312 \\ \hat{\beta}_3 = -1,16653 \end{matrix}$$

۲. معادہ پر  $X_1$  کا اثر  
 $\hat{y} = 80,77781 + 0,312X_2 - 1,16653X_3$