

on note que,

$$A \int_{V_1} \psi_1^* \psi_1 d\tau_1 \int_{V_2} \psi_2^* \psi_2 d\tau_2 = \iint \psi_1^* \psi_2 d\tau_1 d\tau_2 = 1$$

d'où: $E_1 = \frac{-\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{4}{a^2} - \frac{4}{a} A \int_{V_1} \frac{1}{r_1} \psi_1 d\tau_1 \int_{V_2} \psi_2^* \psi_2 d\tau_2 \right\}$

avec $d\tau = 4\pi r^2 dr$.

$$\int_{V_1} \psi_1^* \frac{1}{r_1} \psi_1 d\tau_1 = 4\pi \int_0^{\infty} e^{-\frac{4r_1}{a}} \cdot r_1 dr_1 = 4\pi \left(\frac{a}{4}\right)^2$$

$$\int_{V_2} \psi_2^* \psi_2 d\tau_2 = 4\pi \int_0^{\infty} e^{-\frac{4r_2}{a}} \cdot r_2^2 dr_2 = 8\pi \left(\frac{a}{4}\right)^3$$

ainsi que la constante A,

$$A \int_{V_1} \psi_1^* \psi_1 d\tau_1 \int_{V_2} \psi_2^* \psi_2 d\tau_2 = A (4\pi)^2 \left(\int_0^{\infty} r^2 e^{-\frac{4r}{a}} dr \right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow A = \left[8\pi \left(\frac{a}{4}\right)^3 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

D'où: $E_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{4}{a^2} - \frac{8}{a^2} \right) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{2}{a^2} = E_2$

D'autre part. $E_3 = -2q^2 A \int_{V_2} \psi_2^* \psi_2 d\tau_2 \int_{V_1} \frac{1}{r_1} \psi_1 d\tau_1$
 $= -\frac{4q^2}{a} = E_4$

l'énergie totale: $E = 2E_1 + 2E_3 + E_4$

$$E = -\frac{4mq^4}{\hbar^2} + \frac{8}{8} \frac{2mq^4}{\hbar^2} = -\frac{11mq^4}{4\hbar^2}$$

Ce qui s'écrit en première approximation

$$E = -\frac{mq^4}{\hbar^2} \left(2 - \frac{5}{16} \right) \Rightarrow E_n = \frac{P}{16}$$

Exo 3.

1) soit: $n=1 \rightarrow$ couche K $\rightarrow g_1=2$
 $n=2 \rightarrow$ " L $\rightarrow g_2=8$
 $n=3 \rightarrow$ " M $\rightarrow g_3=18$
 $n=4 \rightarrow$ " N $\rightarrow g_n=32$
 $n \dots \dots \dots g_n=2n^2$

2) une sous couche sur un niveau est définie par le nbr quantique l.

$$-l \leq m_l \leq +l$$

\Rightarrow il existe $(2l+1)$ valeurs possible de m_l
 \rightarrow pour chacune d'elles, on peut placer deux électrons $\Rightarrow g_{n,l} = 2(2l+1)$.

d'où: $l=0$ état s $\rightarrow g_{n,0} = 2$
 $l=1$ p $\rightarrow g_{n,1} = 6$
 $l=2$ d $\rightarrow g_{n,2} = 10$
 $l=3$ f $\rightarrow g_{n,3} = 14$

3) la configuration énergétique minimum correspond à un remplissage en partant des sous-couches les plus basses, en respectant le principe d'exclusion de Pauli; chaque électron est caractérisé par (n, l, s, m_l, m_s) distincts.

2 électrons $\Rightarrow n=2 \Rightarrow l=0, 1$

~~$l=0, m_l=0, m_s=-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, g_{n,0}=2$~~

2p \uparrow $g_{2,1}=6$

2s $\uparrow \downarrow$ $g_{2,0}=2$

1s $\uparrow \downarrow$ $g_{1,0}=2$

$n=1 \Rightarrow l=0, s=\frac{1}{2} \Rightarrow m_l=0, m_s=-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

$(0, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}), (0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}) \Rightarrow g_{1,0}$

$n=2 \Rightarrow \begin{cases} l=0, s=\frac{1}{2} \Rightarrow m_l=0, m_s=-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \\ l=1 \end{cases}$
 $m_l=0, \pm 1$

$(0, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}), (0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}) \Rightarrow g_{2,0}$

$(1, \frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}), (1, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}), (1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$