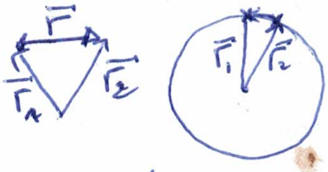
Correction de Serie TD 2 2015/2016

physique Atomique 2.

E-xo1

1) on écrit l'énergie totale :

$$E = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + V(r_1) + V(r_2) + V(r_1, r_2)$$



$\vec{r_2} = \vec{r_1} + \vec{r}$

$\Rightarrow \vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$.

r : distance entre les électrons.

$V(r_1) = \frac{-2q_0^2}{r_1}$, $V(r_2) = \frac{-2q_0^2}{r_2}$, $V(r) = \frac{q^2}{r}$

Donc, par la règle de quantification,

on aura:

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m}\Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta_2 - \frac{2q^2}{r_1} - \frac{2q^2}{r_2} + \frac{q^2}{r}$$

2) l'éq aux valeurs propres ($q^2/r \to 0$)

$$\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta_2 - \frac{2q^2}{r_1} - \frac{2q^2}{r_2}\right)\psi = E\psi.$$

3) $\psi(\vec{r_1}, \vec{r_2}) = \psi_1(\vec{r_1}) \cdot \psi_2(\vec{r_2})$

on note que $H = H_1 + H_2$ et $E = E_1 + E_2$.

avec : $H_1 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_1 - \frac{2q^2}{r_1}$

$H_2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_2 - \frac{2q^2}{r_2}$.

et

$$\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta_2 - \frac{2q^2}{r_1} - \frac{2q^2}{r_2}\right)\psi_1(\vec{r_1})\cdot\psi_2(\vec{r_2})$$

$$= (E_1 + E_2)\,\psi_1(\vec{r_1})\,\psi_2(\vec{r_2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\psi_2}\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta\psi_1 - \frac{2q}{r_1}\psi_1\right) + \frac{1}{\psi_1}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_2 - \frac{2q}{r_2}\psi_2\right)$$

$$= E_1 + E_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-\hbar^2}{2m}\Delta\psi_1 - \frac{2q}{r_1}\psi_1 = E_1\psi \\ -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi_2 - \frac{2q}{r_2}\psi_2 = E_2\psi \end{cases}$$

4) l'énergie totale est donnée par.

$$E_{np} = E_n + E_p = E_p + E_n = E_{pn}$$

la probabilité de présence de l'électron
le niveau n et 2 sur p est égale à la prob i

$\rho(1,2) = |\psi_{np}(1,2)|^2 = \rho(2,1)$

$\Rightarrow |\psi_{n,p}(1,2)|^2 = |\psi_{np}(2,1)|^2$

$\Rightarrow \psi_{n,p}(1,2) = \pm\psi_{n,p}(2,1)$.

on peut écrire la solution générale s
forme d'une combinaison linéaire de

$$\begin{cases} \psi_{e+}(1,2) = \psi_{n,p}(1,2) + \psi_{n,p}(2,1) \\ \psi_{e-}(1,2) = \psi_{n,p}(1,2) - \psi_{n,p}(2,1). \end{cases}$$

Solutio

$$\Rightarrow \begin{cases} \psi_{e+}(1,2) = \psi_n(1)\psi_p(2) + \psi_n(2)\psi_p(1) = \psi_{e+} \\ \psi_{e-}(1,2) = \psi_n(1)\psi_p(2) - \psi_n(2)\psi_p(1) = -\psi_{e-}(2,1) \end{cases}$$

5) équations aux valeurs du spin

$$\begin{cases} S_{1z}\psi_1 = \hbar m_{s1}\psi_1 & -s_1 \leq m_{s_1} \leq s \\ S_1^2\psi_1 = \hbar^2 s_1(s_1+1)\psi_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{2z}\psi_2 = \hbar m_{s2}\psi_2 & -s_2 \leq m_{s2} \leq \\ S_2^2\psi_2 = \hbar^2 s_2(s_2+1)\psi_2 \end{cases}$$

avec, $\psi(s_1, s_2) = \psi_1(s_1)\cdot\psi_2(s_2)$.

$\vec{S} = \vec{S_1} + \vec{S_2}$

$\Rightarrow S_z\psi = \hbar M_s\psi \quad -S \leq M_s \leq S$

$S^2\psi = \hbar^2 S(S+1)\psi$.

avec, $|s_1 - s_2| \leq S \leq s_1 + s_2 \Rightarrow 0 \leq S \leq 1$

Donc $S = 0 \Rightarrow M_s = 0$

$S = 1 \Rightarrow M_s = -1, 0, 1$.

6)