Devoir pour les groupes 2 et 3

Exercice n°01 : Le modèle suivant peut être utilisé pour représenter le nombre de blessés dans les accidents de la circulation au cours d'un week-end. Le nombre d'accidents suit une loi de Poisson de paramètre λ. Le nombre de blessés par accident, suit une loi de Poisson de paramètre μ. Le nombre total de blessés est donc : $S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$. S est la somme d'un nombre aléatoire de variables de Poisson, indépendantes et de même loi.

1. Donner une expression pour $P(S = s)$.
2. Calculer $P(S = 0)$.
3. Calculer $E(S)$ et $Var(S)$.

Exercice n^0 2 : On considère une série d'épreuves indépendantes. A chaque épreuve, on observe un « succès » avec probabilité p et un « échec » avec probabilité $1 - p$. Soit X la variable aléatoire discrète suivante : X = nombre d'épreuves nécessaires pour obtenir le 1^{er} « succés ».

1. Calculer la loi de probabilité de X, cette loi est dite loi géométrique.
2. Vérifier que $E(X) = \frac{1}{p}$.
3. Vérifier la propriété « sans mémoire » de la loi géométrique.
4. Une personne a décide de vendre sa maison et d'accepter la 1^{re} offre d'achat supérieure à K DA. On suppose que les offres d'achat sont des variables aléatoires indépendantes avec fonction de répartition F. Soit N la variable aléatoire discrète suivante : N = nombre d'offres d'achat reçues avant de vendre la maison.

   Donner la loi de probabilité de N, c'est-à-dire $P(N = n)$, $n \in \mathbb{N}$.