COURS TURBOMACHINES AXIALES

CALCUL DE BASE

1. Equation d'Euler

L'application de l'équation d'Euler des turbomachines, permet l'obtention du travail ou l'énergie mécanique transférée (échangée entre le rotor et l'air) W_c, exprimé par unité de masse :

$$W_c = U_2\, V_{t2} - U_1\, V_{t1} \tag{1}$$

Les calculs sont considérés au rayon moyen, alors on a :
la vitesse tangentielle $U_1 = U_2 = U$, et la vitesse axiale $V_{n1} = V_{n2} = V_a$.

Où U, V_a, sont respectivement la vitesse tangentielle de rotation du rotor et la vitesse constante axiale de l'écoulement du gaz au point de rayon moyen. L'équation (1) est réécrite comme suit :

$$W_c = U\,(V_{t2} - V_{t1}) \tag{2}$$

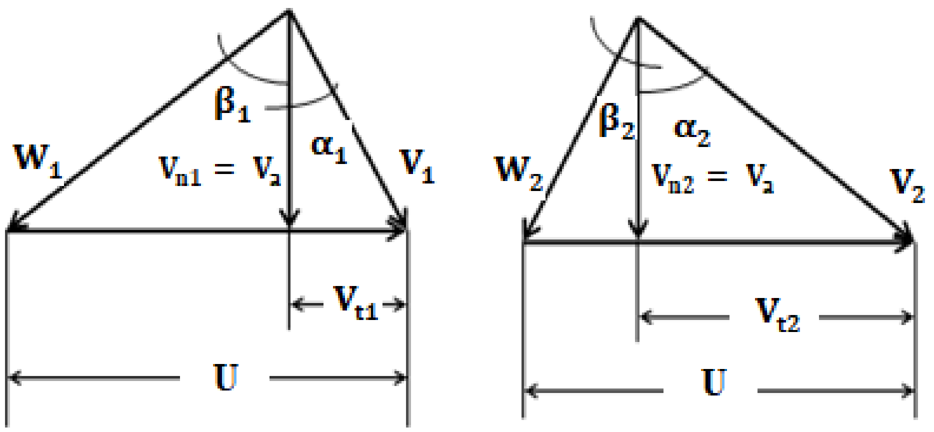

Figure 1. Triangle de vitesses d'entrée et de sortie du rotor d'un étage

D'après le triangle des vitesses, on a les relations suivantes :

$$W_c = U\, V_a\, (\mathrm{tg}\alpha_2 - \mathrm{tg}\alpha_1) \tag{3}$$

$$W_c = U\, V_a\, (\mathrm{tg}\beta_1 - \mathrm{tg}\beta_2) \tag{4}$$

$$\frac{U}{V_a} = (\mathrm{tg}\alpha_1 + \mathrm{tg}\beta_1) \tag{5}$$

$$\frac{U}{V_a} = (\mathrm{tg}\alpha_2 + \mathrm{tg}\beta_2) \tag{6}$$

L'air absorbe l'énergie mécanique dans le rotor, d'où l'élévation de la vitesse absolue de l'écoulement et la pression, ce qui permet de surmonter les diverses pertes par frottement.

Dans le cas théorique, sont négligés les dissipations visqueuses et les frottements. L'équivalence de toute cette énergie, est l'élévation de la température de stagnation ΔT_{0S}.

Etant la vitesse de sortie de l'air de l'étage V_3, est égale à celle de l'entrée V_1, l'élévation de la température de stagnation ΔT_{0S}, est égale à l'élévation de la température statique ΔT_s. Alors l'élévation théorique de la température de l'air d'un étage est donnée par l'équation :

$$\Delta T_{0s} = \Delta T_s = \frac{U\,V_a}{C_p}\,(tg\beta_1 - tg\beta_2) \quad (7)$$

la hausse réelle de la température de l'étage est inférieure à l'élévation théorique en raison des effets de l'écoulement (3-D), dans l'espace volumique et annulaire du compresseur. pour tenir compte de ce phénomene dans le calcul, on introduit le facteur λ de valeur comprise entre 0 et 100%. L'augmentation réelle de la température de l'air s'éxprime comme suit :

$$\Delta T_{0s} = \frac{\lambda\,U\,V_a}{C_p}\,(tg\beta_1 - tg\beta_2) \quad (8)$$

Dans le cas isentropique, le rendement isentropique η_s et le rapport de pression noté R_s de l'étage, sont liés par la relation :

$$R_s = \left[1 + \eta_s\,\frac{\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (9)$$

2. Degré de réaction

Le degré de réaction R d'un étage exprime le rapport définie par :

- l'élévation de pression statique dans le rotor, à l'augmentation de pression statique (total) à travers tout l'étage

- ou l'élévation d'enthalpie statique dans le rotor à l'élévation de l'enthalpie de statique (total) à travers tout l'étage

Le degré de réaction R influe sur les vitesses, les frottements du fluide et les différentes autres pertes.

Considérons l'augmentation de la température statique dans le rotor : ΔT_A, et ΔT_B, dans le stator. L'équation (3), donnant l'énergie mécanique s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} W_c &= C_p\,(\Delta T_A + \Delta T_B) = C_p\,\Delta T_s \\ &= U\,V_a\,(tg\beta_1 - tg\beta_2) \\ &= U\,V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) \end{aligned} \quad (10)$$

Comme toute l'énergie mécanique transférée à l'air provient du rotor et considérant que l'écoulement de l'air est permanent on a :

$$W_c = C_p\,\Delta T_A + \frac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2) \quad (11)$$

La combinaison des équations (3) et (4), donne :

$$C_p\,\Delta T_A = U\,V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) - \frac{1}{2}\,(V_2^2 - V_1^2)$$

Et à partir des triangles de vitesses : $V_2 = V_a \cos\alpha_2$, et $V_1 = V_a \cos\alpha_1$.
Donc :

$$C_p\,\Delta T_A = U\,V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) - \frac{1}{2}\,V_a{}^2(\sec^2\alpha_2 - \sec^2\alpha_1)$$

$$= U\,V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) - \frac{1}{2}\,V_a{}^2(tg^2\alpha_2 - tg^2\alpha_1)$$

A partir de la définition du degré de réaction, on écrit l'équation suivante :

$$R = \frac{\Delta T_A}{\Delta T_A + \Delta T_B}$$

$$R = \frac{U\,V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) - \frac{1}{2}\,V_a{}^2(tg^2\alpha_2 - tg^2\alpha_1)}{U\,V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1)}$$

$$R = 1 - \frac{V_a}{2\,U}\,(tg\alpha_2 + tg\alpha_1)$$

En additionnant les équations (5) et (6), on obtient :

$$\Longrightarrow \frac{2\,U}{V_a} = (tg\alpha_1 + tg\beta_1 + tg\alpha_2 + tg\beta_2)$$

Alors

$$R = \frac{V_a}{2\,U}\left[\frac{2\,U}{V_a} - \frac{2\,U}{V_a} + tg\beta_1 + tg\beta_2\right]$$

$$R = \frac{V_a}{2\,U}(tg\beta_1 + tg\beta_2) \qquad (12)$$

Lorsque le degré de réaction est considéré égal à 50%, on a la relation suivante :

$$(tg\beta_1 + tg\beta_2) = \frac{U}{V_a}$$

Ils résultent les relations suivantes :

$$tg\alpha_1 = tg\beta_2 \Longrightarrow \alpha_1 = \beta_2$$

$$tg\beta_1 = tg\alpha_2 \Longrightarrow \alpha_2 = \beta_1$$

Du fait des égalités : des vitesses $V_1 = V_3$, et des angles $\alpha_1 = \beta_2 = \alpha_3$, et $\beta_1 = \alpha_2$, il en résulte l'égalité $\alpha_1 = \alpha_3$. Dans ces conditions, les triangles de vitesse deviennent symétriques.

On définit le coefficient d'écoulement Φ égale au rapport de la vitesse axiale à la vitesse tangentielle de rotation du rotor notée :

$$\Phi = \frac{V_a}{U}$$

Pour un rapport de réaction R = 50%, alors $(h_2 - h_1) = (h_3 - h_1)$ ce qui implique l'augmentation de température et de l'enthalpie statique dans le rotor et dans le stator sont égaux.

Pour une valeur choisie de Φ, deux cas se présentent

- L'angle β_2 serait supérieure à α_2, voir figure 2, l'élévation de la pression statique dans le rotor est supérieure à l'élévation de la pression statique dans le stator et le degré de réaction est supérieure à 50%.

- Inversement, si par construction l'angle β_2 est inférieur à α_2, l'augmentation de la pression dans le stator est plus grande et la réaction est inférieure à 50%.

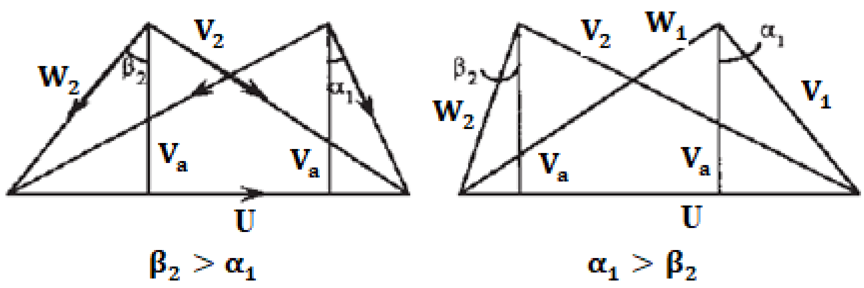

Figure 2.

3. Facteur (stage loading)

Le facteur stage-loading Ψ, est definis comme suit:

$$\psi = \frac{W_c}{\dot{m}\, U^2} = \frac{h_{03} - h_{01}}{U^2}$$

$$= \frac{\lambda\,(V_{t2} - V_{t2})}{U}$$

$$= \frac{\lambda\, V_a}{U}\,(\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1)$$

$$\psi = \lambda\, \Phi\, (\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1)$$