TD TURBOMACHINES AXIALES

Ex 1

Un compresseur axial de diamètre extérieure $D_2 = 0{,}9$ m, le diamètre du moyeu D_{moyeu} = 0.42 m, le facteur (Work done factor) : $\tau = 0.93$ et tourne à N= 5400 tours par minute. Les angles des vitesses absolues à l'entrée et à la sortie sont respectivement : $\alpha_1 = 28^0$, et $\alpha_2 = 58^0$, et le diagramme de vitesse est symétrique. Supposons que la densité de l'air est : $\rho = 1{,}5$ kg / m^3.

Calculer 1) le débit massique, 2) la puissance absorbée par le compresseur

Solution

1) Débit massique

le rayon moyen considéré est $r = \frac{D_2}{2}$, la vitesse tangentielle du rotor est :

$U = \frac{2\,\pi\,r\,N}{60}$ = 254,57 m/s

à partir du triangle de vitesses à l'entrée :

$U = V_a\left(tg\alpha_1 + tg\beta_1\right) \Longrightarrow\ V_a = \frac{U}{tg\alpha_1 + tg\beta_1}$ = 119,47 m/s

le rayon du moyeu : $r_{moyeu} = \frac{D_{moyeu}}{2}$, la section de passage de l'écoulement dans le compresseur est : $S = \pi\left[r^2 - {r^2}_{moyeu}\right]$ = 0,0833 m^2,

Le débit massique, $\dot{m} = \rho\, S\, V_a = 14{,}928$ kg/s

2) en considérant le cas réelle où le facteur (work done factor) est différent de 1, le travail reçue par le compresseur par unité de masse est :

$W_c = \tau\, U\,(V_{t2} - V_{t1})$

à partir du triangle de vitesses on a :

$V_{t1} = V_a tg\alpha_1$ et $V_{t2} = V_a tg\alpha_2$,

alors :

$W_c = \tau\, U\, V_a\,(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) = 30213{,}7$ Nm

La puissance totale absorbée par le compresseur est :

$P = \frac{\dot{m}\ W_c}{1000} = 451$ kW

Ex 2

Un compresseur axial, de 10 étages, de rapport de pression de stagnation $R_s = 4{,}5$.
Le rendement global isentropique du compresseur, $\eta_c = 88\%$ et la température de stagnation à l'entrée est $T_{01} = 290K$. Supposons l'élévation de température égale à tous les étages (les étages du compresseur sont identiques), et le facteur $\tau = 0{,}87$.

Déterminer les angles des vitesses absolues $\alpha_1 et \alpha_2$, et des vitesses relatives $\beta_1 et \beta_2$, d'un étage au niveau du rayon de conception où la vitesse tangentielle de rotation U = 218 m / s. Supposons une vitesse axiale constante $V_a = 16{,}5$ m / s, et le degré de réaction R = 76%.

Solution
L'augmentation globale de la température de stagnation du compresseur ΔT_{0s}, est tirée à partir de la formule du cours : $R_s = \left[1 + \eta_c \frac{\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1$

$$\Longrightarrow \Delta T_{0s} = \frac{T_{01}\left(R^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{\eta_c} = 155{,}879 \text{ K}$$

Le nombre d'étages est égal à 10, l'élévation de température de stagnation d'un étage est :

$$(T_{02} - T_{01}) = \frac{\Delta T_{0s}}{10} = 15{,}588 \text{ K}$$

Par ailleurs on sait que : $(T_{02} - T_{01}) = \frac{\tau\, U\, V_a}{C_p}\ (tg\alpha_2 - tg\alpha_1)$

D'où on tire l'expression suivante : $(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) = \frac{(T_{02}-T_{01})\, C_p}{\tau\, U\, V_a} = 0{,}501$ **(A)**

d'autre part, à partir de l'expression du degré de réaction :

$R = 1 - \frac{V_a}{2\,U}(\tan\alpha_2 + \tan\alpha_1) \Longrightarrow (tg\alpha_2 + tg\alpha_1) = \frac{(1-R)\, 2\, U}{V_a} = 0{,}634$ **(B)**

Additionnant les équations : **(A)** et **(B),** on obtient alors :
$2\, tg\alpha_2 = 1{,}123 \Longrightarrow tg\alpha_2 = 0{,}5675$ alors : $\alpha_2 = 29.57$,
en remplaçant dans l'équation : $(tg\alpha_2 + tg\alpha_1) = 0{,}634$, on tire l'équation :
$tg\alpha_1 = 0{,}634 - tg\alpha_2 = 0{,}00665$ d'où $\alpha_1 = 3{,}80^0$

De manière similaire, en écrivant l'expression du degré de réaction sous la forme :

$R = \frac{V_a}{2\,U}\ (tg\beta_2 + tg\beta_1) \Longrightarrow (tg\beta_2 + tg\beta_1) = \frac{R\ 2\,U}{V_a} = 2{,}01$
et $(tg\beta_1 - tg\beta_2) = \frac{(T_{02}-T_{01})\, C_p}{\tau\, U\, V_n} = 0{,}501$
D'où l'obtention du système d'équation suivant :

$(tg\beta_2 + tg\beta_1) = 2{,}01$

$(tg\beta_1 - tg\beta_2) = 0{,}501$

$\Longrightarrow 2\, tg\beta_1 = 2{,}511$ et $\beta_1 = 51{,}46^0$
et $tg\beta_2 = tg\beta_1 - 0{,}501 = 0755$ et $\beta_2 = 37{,}03^0$

Ex 3

Les données de conception suivantes, sont applicables à un compresseur axial :
Rapport de pression global R = 4,5
Débit massique $\dot{m}$ = 3,5 kg / s
Rendement polytropique, $\eta_{poly} = 0{,}87$
Augmentation de la température de stagnation par étage : $\Delta T_{0s} = 22$ K
Vitesse absolue approche du dernier rotor 160m / s.
Angle absolu de vitesse ; mesurée à partir de la direction axiale 208.
Le travail facteur fait 0,85.
Diamètre moyen de la dernière étape est de rotor 18, 5cm.
Pression ambiante 1,0bar.
Température ambiante $T_{01} = 290$ K
Calculer, a) le nombre d'étapes nécessaires, b) le rapport de pression du premier et du dernier stade, la vitesse de rotation, et la longueur de la dernière lame de rotor d'étage à l'entrée de la scène. Supposons augmentation égale de la température dans toutes les étapes, et le diagramme de vitesse symétrique.

Solution

a) Calcul du nombre d'étapes nécessaires
le nombre d'étages est N, le rapport de pression global est donné par la relation:

$$R = \left[1 + \frac{N\,\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{\frac{n-1}{n}}$$

où η_{poly} est le rendement polytropique et $\frac{n-1}{n} = \eta_{poly}\,\frac{\gamma}{\gamma-1}$

remplaçant la valeur de η_{poly} et de $\gamma = 1{,}4$, on trouve :

$$\frac{n-1}{n} = 3{,}05$$

l'expression du rapport de pression globale est alors :

$$R = \left[1 + \frac{N\,\Delta T_{0s}}{T_{01}}\right]^{3{,}05},$$

en remplaçant les valeurs des différents variables dans cette expression on trouve l'équation en N :

$$(4{,}5)^{3{,}05} = \left[1 + \frac{N\,22}{290}\right]^{3{,}05} \Rightarrow N = 8{,}4$$

Remarque : le nombre d'étage doit être un nombre entier, on prend par défaut la valeur N=8

L'augmentation de la température, ΔT_{0s}, considéré par étage est égale à 22 K, pour 8 étages identiques, l'augmentation par étage devient :

$$\Delta T_{0s} = \frac{22\,.\,8{,}4}{8} = 23{,}1\text{ K}.$$

Ex 4

Les conditions d'entrée de l'air atmosphérique dans un compresseur axial sont : la pression $P_{01} = 1$ bar, la température $T_{01} = 15$ °C et le débit $\dot{m} = 20$ kg / s. Le diamètre extérieur du rotor D = 60 cm et la vitesse de rotation N = 12 000 tours par minute. Les angles de l'aube sont à l'entrée $\beta_1 = 40°$ et à la sortie $\beta_2 = 70°$. L'air pénètre dans le rotor axialement sans tourbillon. La vitesse axiale V_a, de l'écoulement de l'air reste constante à travers le rotor et les aubes de stator. Le rendement total par rapport au total du rotor η_{tt} = 85% et le rendement mécanique η_m = 98%. Le coefficient (work-done factor) τ = 0,88 et l'efficacité de la diffusion η_d = 80%. Calculer ce qui suit : (a) Le rapport de pression statique P_2/P_1 au rotor, (b) Le rapport de pression statique global à l'étage P_3/P_1, (c) Le degré de réaction R et (d) la puissance P à l'entrée. Prendre comme rayon référence le diamètre extérieur du rotor D.

Solution

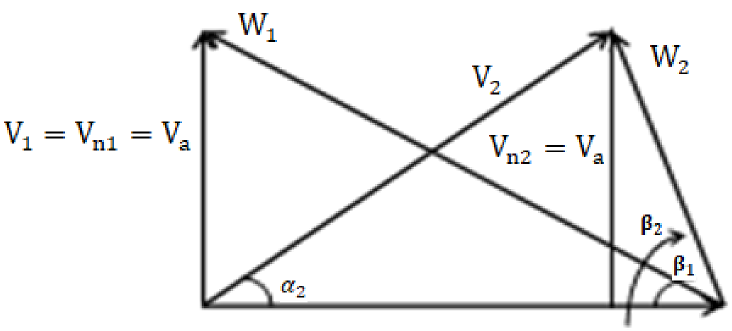
(a) Le rapport de pression statique au rotor

$U_1 = U_2 = U = \frac{\pi D N}{60} = 377$m/s

L'air pénètre dans le rotor axialement sans tourbillon $\Longrightarrow V_{t1} = 0$

à partir du triangle de vitesses à l'entrée on a $V_1 = U \, tg\beta_1 = 316.34$ m/s

La vitesse axiale de l'écoulement de l'air reste constante à travers le rotor et les aubes de stator $\Longrightarrow V_1 = V_{n1} = V_{n2} = V_3 = V_a$ les triangles de vitesses sont représenté dans la figure ci-après :



A partir du triangle de vitesses on a :

$V_{t2} = U_2 - \frac{V_{n2}}{tg\beta_2} = 261.86$ m/s

Le travail spécifique est $W = \tau \, U_2 \, V_{t2} = 98721.22$ J/kg.

L'augmentation d'enthalpie est $\Delta h_0 = \tau \, W = 86874.674$ J/kg.

L'augmentation de la température $\Delta T_0 = \frac{\tau \, W}{C_p \, \eta_{tt}}$ =101.2 K.

La température de stagnation à la sortie du rotor $T_{02} = T_{01} + \Delta T_0$ elle est aussi égale à T_{03}, (pas de transfert d'énergie dans le diffuseur).

De la relation (P-T) isentropique nous avons $\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 2.88$

donc $P_{02} = 2.88\ P_{01} = 2.88$ bar = P_{03}.

A partir du triangle de vitesses on a : $V_2 = \sqrt{V_{t2}{}^2 + V_{n2}{}^2}$ = 410.66 m/s.

La température statique à la sortie de l'étage est $T_{02} = T_{02} - \frac{V_2^2}{2\,C_p}$ = 339.96 K. Par définition le rendement du diffuseur est $\eta_d = (T_{3'} - T_2)/(T_3 - T_2)$ où l'indice 2 est celui de la sortie du rotor ; 3 est la sortie réelle de l'étage et 3$'$ est celui du cas isentropique en remplaçant les différents valeurs on a $T_{3'} = \eta_d\ (T_3 - T_2) + T_2$ =335.18 K.

Toutes les températures $T_2, T_3, T_{3'}, T_{01}, T_{03}$ sont déterminées
à partir de la relation d'isentropie :

$\frac{P_3}{P_{03}} = \frac{T_3}{T_{03}}^{\gamma/(\gamma-1)}$ = 0.62 alors $P_3 = P_{03}\ 0.62$ = 1.7856 bar

et $\frac{P_2}{P_{3'}} = \frac{T_2}{T_{3'}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 0.7255 \Longrightarrow P_2 = P_{3'}\ 0.7255$ = 1.295 bar.

$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2\,C_p}$ = 2.38 K ;

$\frac{P_1}{P_{01}} = \frac{T_1}{T_{01}}^{\gamma/(\gamma-1)} = 0.51427$ bar $\Longrightarrow P_1 = P_{01}$ 0.51427 = 0.51427 bar.

a) Le rapport de la pression statique à travers le rotor :

$\frac{P_2}{P_1} = 2.518$

b) Le rapport de la pression statique à travers l'étage :

$\frac{P_3}{P_1} = 3.4721$

c) Le degré de réaction :

R

c) La puissance d'entrainement du rotor :

$P = \frac{W\,\dot{m}}{\eta_m} = 2015$ kW