

## تحليل الانحدار الخطي المتعدد

### Multiple Linear Regression Analysis

#### المحاضرة السابعة

#### 2- التنبؤ بمشاهدة جديدة للمتغير التابع

إن قيمة المشاهدة الجديدة للمتغير التابع ( $y_0$ ) ترتبط بالقيمة المقدرة لها ( $\hat{y}_0$ ) حسب المعادلة التالية:

$$y_0 = \hat{y}_0 + \varepsilon_0 = x_0 \cdot b + \varepsilon_0$$

و عليه تكون:

$$E(y_0) = E(\hat{y}_0 + \varepsilon_0) = E(x_0 \cdot b) + E(\varepsilon_0)$$

$$E(y_0) = x_0 \cdot E(b) + 0 = x_0 \cdot \beta$$

ويكون أيضا:

$$\text{Var}(y_0) = \text{Var}(\hat{y}_0 + \varepsilon_0)$$

$$\text{Var}(y_0) = \text{Var}(\hat{y}_0) + \text{Var}(\varepsilon_0) + 2 \text{Cov}(\hat{y}_0, \varepsilon_0)$$

$$\text{Var}(y_0) = x_0 \cdot \sigma^2 (x^T x)^{-1} \cdot x_0^T + \sigma^2 + 0$$

$$\text{Var}(y_0) = \sigma^2 [1 + (x_0 \cdot (x^T x)^{-1} \cdot x_0^T)] \quad (35)$$

وبما أن قيمة التباين ( $\sigma^2$ ) مجهول فإننا نقدره بالتباين ( $S_e^2$ ). وبالتالي تصبح المعادلة السابقة كما يلي:

$$\hat{\text{var}}(y_0) = S_e^2 [1 + (x_0 \cdot (x^T x)^{-1} \cdot x_0^T)] \quad (36)$$

وبإتباع نفس الطريقة التي إعتدناها لحساب فترة الثقة للقيمة المتوسطة للمتغير التابع نجد أن فترة التنبؤ بمشاهدة جديدة ( $y_0$ ) هي:

$$x_0 \cdot b \mp t_{(1-\frac{\alpha}{2}; n-k-1)} \cdot S_e \cdot \sqrt{[1 + (x_0 \cdot (x^T x)^{-1} \cdot x_0^T)]} \quad (37)$$

الشيء الملاحظ أن فترة التنبؤ بمشاهدة جديدة للمتغير التابع هي أكثر إتساعاً من فترة الثقة للقيمة المتوسطة للمتغير التابع.

**مثال (07):** إعتاداً على نموذج إنحدار وزن الطفل على عمره وطوله، عليك أن تتنبأ بوزن الطفل عندما يكون عمره ست سنوات ونصف وطوله 120 سنتيمتر. ثم حدد فترة الثقة 95 % للتنبؤ بمشاهدة جديدة.

**الحل:**

1- القيمة المتنبأ بها لوزن الطفل عندما يكون عمره ست سنوات ونصف وطوله 120 سنتيمتر هي نفس القيمة المتوسطة المقدرة السابقة أي أن:

$$y_0 = 20.5717 \text{ kg}$$

2- من أجل حساب فترة الثقة 95 % للتنبؤ بمشاهدة جديدة نقوم أولاً بحساب الخطأ المعياري للقيمة المتنبأ بها أي:

$$\hat{\sigma}(y_0) = \sqrt{S_e^2 [1 + x_0 \cdot (x^T x)^{-1} \cdot x_0^T]}$$

اعتماداً على ما سبق نجد:

$$\hat{\sigma}(y_0) = \sqrt{[1.20618 + 0.120543]} = 1.1518$$

وبالتالي فإن فترة الثقة 95 % للتنبؤ بمشاهدة جديدة تكون كما يلي:

$$20.5717 \mp 2.014 \cdot (1.1518)$$

[18.25 ; 22.89]

أي:

ومنه فإن فترة الثقة 95 % للتنبؤ بمشاهدة جديدة للمتغير التابع تتراوح بين 18.25 كغ كحد أدنى و 22.89 كغ كحد أقصى.