

حلول السلسلة رقم 04

مسورة حل العمل الخطية

حل سلسلة رقم 04

حل تقريب 01:

حل الصلة بطريقة مقلوب مصفوفة

$$\begin{cases} 2x + 6y + z = 3 \\ 3x + 2y + 4z = 2 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$$

الكتابة المصفوفية للصلة السابقة هي:

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ملاحظة:

العود الأول في المصفوفة هو معاملات x

العود الثاني هو معاملات y

العود الثالث في المصفوفة هو معاملات z

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

مصنع

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ومن هنا حل المحل هو:

حساب A^{-1} :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (\text{com } A)^t$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \det A = 83 \neq 0 \Rightarrow \text{المحله نقل حل}$$

$$\text{com } A = \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\text{com } A = \begin{pmatrix} -4 & 16 & -5 \\ 1 & -4 & 22 \\ 22 & -5 & -14 \end{pmatrix}.$$

$$\Rightarrow (\text{com } A)^t = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & -14 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1} = \frac{1}{83} \begin{pmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & 14 \end{pmatrix} \quad \text{إذن}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{83} \begin{pmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{و بالتالي}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{83} \begin{pmatrix} -4 \times 3 + 1 \times 2 + 22 \times 1 \\ 16 \times 2 - 4 \times 2 - 5 \times 1 \\ -5 \times 3 + 22 \times 2 + 14 \times 1 \end{pmatrix} \quad \text{إذن}$$

$$= \frac{1}{83} \begin{pmatrix} 12 \\ 35 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12}{83} \\ \frac{35}{83} \\ \frac{15}{83} \end{pmatrix} \quad \text{إذن}$$

و بالتالي يمكن في إحدى المعادلات نتحقق من صحة النتائج.

حل مشر بي بي بي
 حل المسألة بطريقة كرامر:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ x - y + 3z = 8 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

الكتابة المصفوية للمسألة هي:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

نضع $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

حل المسألة بطريقة كرامر هي:

$$x = \frac{\Delta_x}{\det A} \quad y = \frac{\Delta_y}{\det A} \quad z = \frac{\Delta_z}{\det A}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -6 \neq 0$$

المسألة تمتلك حل

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 2 \\ 8 & -1 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 6 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -6$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 1 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= -12$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & -1 & 8 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \begin{vmatrix} -1 & 8 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} + 6 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -18$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\det A} = \frac{-6}{6} = 1$$

و منه 1

$$y = \frac{\Delta_y}{\det A} = \frac{-12}{-6} = 2$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\det A} = \frac{-18}{-6} = 3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ومنه حل المعادلة هو: