# المحاضرة الرابعة

## اختبارات الفروض لمقدرات المربعات الصغرى

و منه:

$$E\frac{(\Sigma ei^2)}{n-2} = \delta_u^2$$

و منه:

$\frac{\Sigma ei^2}{n-2}$ هو تقدير غير متحيز لـ $\delta_u^2$ و منه:-

$$\delta_u^2=\frac{\Sigma e_i^2}{n-2} \quad \text{او} \quad s^2=\frac{\Sigma e_i^2}{n-2}= \delta_u^2$$

**اختبارات الفروض للمقدرات المربعات الصغرى:**

**اختبارات الفروض خاصة بـ $\hat{\alpha}$:-**

لدينا:-

$$\hat{\alpha} \sim N(\alpha,\frac{\delta^2 \Sigma x^2}{n\Sigma x^2})$$

لدينا:-

$$\gamma^2=\frac{(\Sigma ei^2)}{\delta_u^2} = \frac{(n-2)\delta_u^2}{\delta_u^2}$$

ذو توزيع $x^2$ بدرجة حرية (n-2).

**اثبات ان $\gamma^2$ يخضع لتوزيع $x^2$:**

لدينا:-

$$y_i=\alpha+\beta x_i+u_i$$

$$\hat{y}_i=\hat{\alpha}+\beta x_i$$

$$e_i=y_i-\hat{y}_i=(\alpha-\hat{\alpha})+(\beta-\beta)x_i+u_i$$

$$E(e_i)=E(\alpha-\hat{\alpha})+E(\beta-\beta)x_i+E(u_i)$$

$$=0+0+0=0$$

$$Var(e_i)=E[e_i-E(e_i)]^2$$

$$Var(e_i)=E(e_i^2)=\delta_u^2$$

$$e_i \sim N(0, \delta_u^2)$$

$$\frac{e_i}{\delta_u} \sim N(0,1)$$

لان :

$$T=\frac{e_i-E(e_i)}{\delta_u} \sim N(0,1)$$

$$T=\frac{e_i}{\delta_u} \sim N(0,1)$$

$$\frac{e_i}{\delta_u} \sim N(0,1)$$

$$\Sigma\left(\frac{e_i}{\delta_u}\right)^2=\frac{1}{\delta_u^2}\Sigma e_i^2=\frac{\Sigma(y_i-\tilde{\alpha}-\widehat{\beta}x_i)^2}{\delta_u^2} \sim x_{n-2}^2$$

سب تقدير $\hat{\alpha}$ و $\beta$ فان درجات الحرية تصبح (n-2) بدل n.

لكن لدينا تريفا: اذا كان $x_i \sim N(0,1)$

$$x_2 \sim x_n^2$$

فان :-

$$t=\frac{x_1}{\sqrt{x_2/n}} \sim t_n$$

و منه لدينا:-

و

$$\frac{\tilde{\alpha}-\alpha}{\sqrt{\frac{\delta_u^2 \Sigma x^2}{n\Sigma x^2}}}=\frac{(\tilde{\alpha}-\alpha)\sqrt{n\Sigma x^2}}{\delta_u\sqrt{\Sigma x^2}} \sim N(0,1)$$

و منه:-

و منه:-

$$t= \frac{(\tilde{\alpha}-\alpha)\sqrt{n\Sigma x^2}}{\Sigma x^2 \delta_u}$$

**اختبارات الفروض الخاصة بـ β:-**

لدينا:

$$\beta \sim N(\beta, \frac{\delta_u^2}{\Sigma x^2})$$

$$z= \frac{\hat{\beta}-\beta}{\sqrt{\frac{\delta_u^2}{\Sigma x^2}}} \sim N(0,1)$$

$$z= \frac{(\hat{\beta}-\beta)\sqrt{\Sigma x_i^2}}{\delta_u} \sim N(0,1)$$

و لدينا:-

$$\gamma^2= \frac{(n-2)\delta_u^2}{\delta_u^2} \sim X_{n-2}^2$$

و منه فان:-

$$t= \frac{z}{\sqrt{\gamma^2/n-2}} \sim t_{n-2}$$

$$= \frac{\frac{(\hat{\beta}-\beta)\sqrt{\Sigma x^2}}{\delta_u}}{\sqrt{\frac{(n-2)\delta_u^2}{\delta_u^2}/n-2}}$$