تابع للمحور 2 اولا الجملة

ـجملة الدفعات المتساوية بفائدة مركبة

يقصد بالدفعة مجموعة من المبالغ التي تدفع بصفة منتظمة خلال مدة زمنية فاصلة بين دفعة ودفعة منتظمة أيضا بمعدل فائدة ثابت، فإذا إختل شرط من هذه الشروط فإنه لا تصبح دفعات متساوية وإنما مجموعة مبالغ مدفوعة.

تنقسم الدفعات إلى عدة أنواع، منها:

***الدفعات العادية والدفعات غير العادية**

الدفعات العادية: تسمى بدفعات نهاية المدة، تستعمل في عملية سداد القروض أو الديون، لذا تسمى بدفعات السداد أو الاستهلاك.

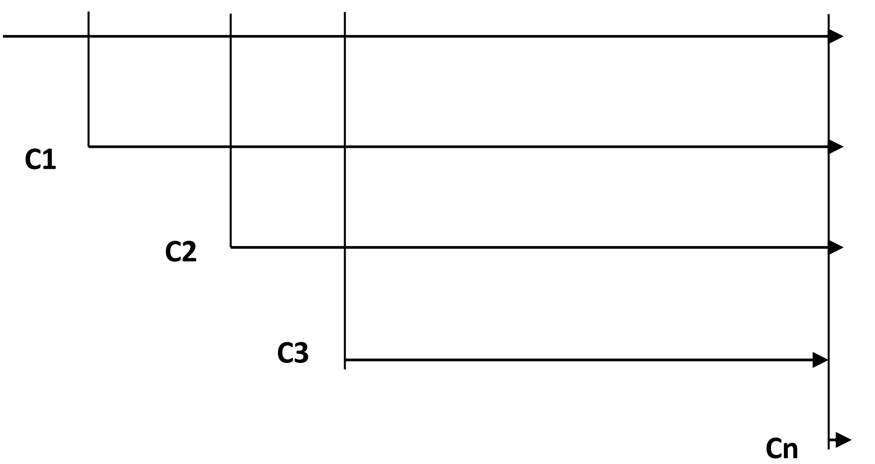
الدفعات غير العادية: تسمى بدفعات بداية المدة أو الفورية، تهدف إلى الاستثمار أو التوظيف، لذا تسمى بدفعات التوظيف.

وبالنظر إلى أنواع الدفعات حسب تاريخ دفعها نجد أن هناك دفعات تكون في بداية المدة وأخرى تدفع في نهايتها، كما أن هناك دفعات تكون أو تدفع بعد انقضاء مدة التأجيل وأخرى تدفع في بداية مدة التأجيل، **إذن** نلاحظ أن الدفعات العادية يمكن أن تكون عاجلة تدفع في وقتها أو مؤجلة تدفع بعد فترة السماح، كما أن الدفعات غير العادية يمكن أن تكون عاجلة أو مؤجلة.

ـ جملة الدفعات العادية

***جملة الدفعات العادية**

تدفع مبالغ الدفعات العادية العاجلة في نهاية كل فترة زمنية معينة، وجملتها تساوي مجموع جملة مبالغها في نهاية المدة n من الفترات الزمنية.



$S1 = C(1+i)^{n-1}$

$S2 = C(1+i)^{n-2}$

$S3 = C(1+i)^{n-3}$

$Sn = C(1+i)^{n-n} = C$

نلاحظ من الشكل أن مبلغ الدفعة الأول يستثمر في نهاية الفترة الزمنية الأولى، حتى نهاية المدة أي حتى تاريخ حساب الجملة، أي لمدة n-1، وجملته تكون:

$$S1 = C(1 + i)^{n-1}$$

مبلغ الدفعة الثاني يستثمر في نهاية الفترة الزمنية الثانية، حتى نهاية المدة أي حتى تاريخ حساب الجملة، أي لمدة n-2، وجملته تكون:

$$S2 = C(1 + i)^{n-2}$$

أما مبلغ الدفعة الأخير فيتم سداده في نهاية المدة أي في نفس تاريخ حساب الجملة أو الرصيد بمعنى أنه لا يستثمر، أي n=0، وبالتالي قيمته تبقى كما هي C

وبالتالي جملة الدفعات العادية أو مجموع الجمل هي:

$$S = S1 + S2 + S3 + \dots\dots\dots + Sn$$

أي:

$$S = C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-3} + \cdots C$$

وبإعادة ترتيبها تصاعديا أين لا يؤثر على مجموعها فإن:

$$S = C + (1 + \mathrm{i}) + \cdots + C(1+i)^{n-3} + C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-1}$$

نلاحظ أن عناصر هذه الجملة تكون متتالية هندسية، حدها الأول C، وأساسها $(1 + \mathrm{i})$ وعدد حدودها n

وبما أن المتتالية الهندسية = الحد الأول * $\dfrac{(\text{الأساس})^{\text{عدد الحدود}} - 1}{\text{الأساس} - 1}$

فإن جملة دفعات نهاية المدة العاجلة تساوي:

$$\boxed{\mathbf{S = C[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}]}}$$

حيث:

C = مبلغ الدفعة الواحدة

i =معدل الفائدة المركبة

n = عدد الدفعات أو عدد المرات

القيمة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ تعطى من الجدول المالي رقم 03

مثال1: أحسب جملة دفعات مبلغها الدوري 5000 دج تدفع في نهاية كل سنة لمدة 5 سنوات، بمعدل فائدة مركبة 5% سنويا.

الحل:

C = 5000 دج

i =5% سنوي

n = المبالغ تدفع سنويا لمدة 5 سنوات إذن لدينا 5 دفعات(5 مرات يدفع المبلغ)

-حساب الجملة:

$$S = C[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

$$S = 5000[\frac{(1+0.05)^5 - 1}{0.05}]$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد القيمة $\frac{(1+0.05)^5-1}{0.05}$ تساوي 5.525631

إذن:

$$S = 5000(5.525631)$$

$$\boxed{S = 27628.15DA}$$

مثال2: أحسب جملة دفعة عادية مبلغها الدوري 3000 دج تدفع مرتين في السنة لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 10% يدفع مرتين في السنة

الحل:

C = 3000 دج

i =10% سنوي، يدفع مرتين بمعنى سداسي إذن i= 2/10 = 5%

n = تدفع الدفعة أو المبلغ مرتين في السنة، بمعنى خلال 6 سنوات نجد 12 دفعة.

-حساب الجملة:

$$S = C[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

$$S = 3000[\frac{(1+0.05)^{12} - 1}{0.05}]$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد القيمة $\frac{(1+0.05)^{12}-1}{0.05}$ تساوي 15.917126

إذن:

$$S = 3000(15.917126)$$

$$\boxed{S = 47751.37DA}$$

مثال3: قام شخص بتسديد ديونه على دفعات سنوية، قيمة كل دفعة 2300 دج، فوجد رصيده بعد 8 سنوات 22764.18 دج، -أوجد معدل الفائدة المركبة السنوي الذي يحتسبه البنك والمعدل السداسي المكافئ له.

الحل:

2300 = C دج

؟= i

8 دفعات = n

22764.18= S دج

-حساب معدل الفائدة السنوي:

$$S = C[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

$$22764.18 = 2300[\frac{(1+i)^8 - 1}{i}]$$

$$\frac{22764.18}{2300} = [\frac{(1+i)^8 - 1}{i}]$$

$$9.897469 = [\frac{(1+i)^8 - 1}{i}]$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم 03 وفي السطر n=8 نجد القيمة 9.897469 مقابلة لـــــــ i=6%

إذن المعدل هو 6% سنويا.

- جملة الدفعات غير العادية

***جملة الدفعات غير العادية**

دفعات بداية المدة أو الفورية هي الدفعات التي تدفع في بداية كل فترة سداد أو توظيف، بمعنى أن مبلغها الأول يستحق الدفع الآن، وجملتها هي مجموع هذه الدفعات حتى نهاية مدة سداد القرض أو توظيف رأس المال.

ة الأ[illegible]تثمر لمدة n، من بداية الفترة الأولى وحتى نهاية المدة، وجملته $C(1+i)^n$

المبلغ الثاني من مبالغ الدفعة يستثمر لمدة n-1 ، من بداية الفترة الثانية وحتى نهاية المدة، وجملته $C(1+i)^{n-1}$

وهكذا فإن مبلغ الدفعة الأخير يستثمر لمدة فترة واحدة جملته:

$$C(1+i)$$

أي:

$$S = C(1+i)^n + C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-2} + \cdots C(1+i)$$

وبالتالي فإن عناصر هذه الجملة تكون متتالية هندسية، حدها الأول $(1+i)^n$ وأساسها $(1+i)^{-1}$ وعدد حدودها n

وبما أن المتتالية الهندسية = الحد الأول * $\dfrac{(\text{الأساس})^{\text{عدد الحدود}} - 1}{\text{الأساس} - 1}$

$$S = C(1+i)^n * \frac{\lfloor (1+i)^{-1} \rfloor n - 1}{(1+i)^{-1} - 1}$$

إذن:

$$\boxed{\boldsymbol{S = C\left[\frac{\lfloor (1+i)^{n+1} - 1 \rfloor}{i} - 1\right]}}$$

مثال: أوجد جملة دفعة فورية نصف سنوية مبلغها الدوري 8000 دج ومدتها 3 سنوات، إذا كان معدل الفائدة السداسي 3 %.

الحل:

C = 8000 دج

i =3 % سداسيا

n = الدفعة نصف سنوية ولمدة 3 سنوات، وبما أن السنة بها سداسيين أي دفعتين تتشكل لدينا 6 دفعات(2*3)

-حساب الجملة:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{C}\left[\frac{\lfloor (1+i)^{n+1} - 1 \rfloor}{i} - \mathbf{1}\right]$$

$$\boldsymbol{S} = 8000\left[\frac{\lfloor (1+0.03)^{6+1} - 1 \rfloor}{0.03} - 1\right]$$

$$)S = 8000(7.662462 - 1$$

$$\boxed{S = 53299.69DA}$$