6-تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي المتعدد:

6-1تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي المتعدد:

يتم استخدام تحليل التباين لاختبار مدى ملائمة النموذج أي اختبار ما إذا كانت علاقة الانحدار بين المتغير التابع y والمتغيرات المستقلة $(x_1, x_2,\ldots,x_k)$ أم لا.

والاختبار يأخذ الشكل التالي:

$$\begin{cases} H_0: B_1 = B_2 = B_3 = \cdots = B_k \\ H_1: \text{يوجد على الأقل أحد المعالم غير معدوم} \end{cases}$$

ولإجراء هذا الاختبار نستخدم توزيع f فيشر

$$f = \frac{R^2/k}{1 - R^2/n - k - 1}$$

إذا كانت قيمة f المحسوبة أكبر من قيمة f الجدولية$(\mathrm{f}_{(1-\alpha,\mathrm{k},\mathrm{n}-\mathrm{k}-1)})$ فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل بديلتها(ليست جميع معالم النموذج تساوي الصفر) بذلك نحكم بمعنوية نموذج الانحدار المتعدد والعكس صحيح.

إن التوزيع f يعتمد على درجتي حرية k و$n-(k+1)$ عند مستوى الدلالة α .

مثال:

في إطار دراسة العلاقة بين المتغير التابع y والمتغيرين المستقلين$x1$، $x2$تم الحصول على النتائج التالية:

$$\hat{y}_i = 1.0996 + 0.9776x_1 + 0.1237x_2$$

$n=10$، $k=2$، $R^2 = 0.9929$، $SSE = 1.8157$ $SST=256.4$

-اختبر معنوية نموذج الانحدار عند مستوى الدلالة $\alpha=0.05$؟

الحل:

-اختبار معنوية نموذج الانحدار عند مستوى الدلالة $\alpha=0.05$:

لدينا العلاقة التالية:

$$f = \frac{R^2/k}{1 - R^2/n - k - 1}$$

$$f = \frac{0.9929/2}{1 - 0.9929/7}$$

$$f = 490.7224$$

يتم اتخاذ القرار بمقارنة القيمة المحسوبة بالقيمة الحرجة لتوزيع فيشر والبالغة 4.74،وبالمقارنة نجد أن f المحسوبة أكبر من f الجدولية ، وعليه نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة عند مستوى الدلالة $\alpha=0.05$.

أي أن للنموذج معنوية إحصائية بنسبة معنوية 5% .

6-2-جدول تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي المتعدد:

إن جدول تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي المتعدد يتم إعداده بنفس طريقة إعداد جدول تحليل التباين للانحدار الخطي البسيط.

جدول تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي المتعدد.

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات	f
الانحدار	$SSR = b^T x^T y - n\bar{y}^2$	k	$\frac{b^T x^T y - n\bar{y}^2}{k}$	$\frac{\frac{b^T x^T y - n\bar{y}^2}{k}}{\frac{y^T y - b^T x^T y}{n-(k+1)}}$
البواقي	$SSE = y^T y - b^T x^T y$	$n-(k+1)$	$\frac{y^T y - b^T x^T y}{n-(k+1)}$	
الكلي	$SST = y^T y - n\bar{y}^2$	$n-1$		

إن التوزيع f يعتمد على درجتي حرية k و$n-(k+1)$ عند مستوى الدلالة α وتكون قاعدة القرار كما يلي:

إذا كانت قيمة f المحسوبة أكبر من قيمة f الجدولية($f_{(1-\alpha,k,n-k-1)}$) فإننا نرفض الفرضية الصفرية القائلة بتساوي جميع معالم النموذج للصفر ونقبل بديلتها H_1 (ليست جميع معالم النموذج تساوي الصفر) وبذلك نحكم بمعنوية نموذج الانحدار المتعدد ووجود علاقة خطية بين المتغير التابع وبعض المتغيرات المستقلة على الأقل والعكس صحيح.

مثال:

بالرجوع إلى المثال السابق وانطلاقا من المعطيات التالية :

$$\hat{y}_i = 1.0996 + 0.9776x_1 + 0.1237x_2$$

$$n=10،\ k=2،\ R^2 = 0.9929،\ SSE = 1.8157\ \ SST=256.4$$

-كون جدول تحليل التباين للانحدار الخطي المتعدد؟

الحل:

- نقوم بإعداد جدول تحليل التباين كما هو موضح في الجدول الموالي:

جدول تحليل التباين لنموذج الانحدار الخطي المتعدد.

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات	f
الانحدار	$SSR = 254.5843$	2	127.29215	490.9068
البواقي	SSE=1.8157	7	0.2593	
الكلي	$SST = 256.4$	9		