كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم الجذع المشترك **السنة الأولى**

رياضيات 2 **السلسلة رقم 01**

التمرين 01: إلى أي فضاء شعاعي $\mathbf{R}^n$ تنتمي هذه العناصر :

أ) $(3,-2,8)$ ب) $(3,6+2i)$ ج) $(-2,0)$ د) $(-1,2,5,6)$.

التمرين 02: 1) أوجد x و y إذا: $(x,3)=(2,x+y)$, $(x+2,y-z,x+z)=(y,-x,y+1)$.

2) أوجد x و y إذا كان $v=(x+y,x-3)$ شعاع الصفري (المعدوم).

التمرين 03: أحسب ما يلي:

$$\begin{pmatrix}7\\-4\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\5\end{pmatrix}\ (أ) \qquad \begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}\ (ب) \qquad 5\begin{pmatrix}-2\\3\\4\end{pmatrix}\ (أ) \quad ، \quad -2\begin{pmatrix}7\\-5\end{pmatrix}\ (ب)$$

$$(3,-5,6,8)-(4,1,-7,9)\ (أ) \qquad \begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}\ (ب)$$

التمرين 04: لتكن $u=(2,-7,1)$, $v=(-3,0,4)$, $w=(0,5,-8)$ أوجد :

أ) $3u-4v$, ب) $2u+3v-5w$.

التمرين 05: 1) أكتب $w=(1,9)$ كمزج خطي من الشعاعين $u=(1,2)$ و $v=(3,-1)$.

2) أكتب $v=(2,-3,4)$ كمزج خطي من الأشعة $u_3=(1,0,0)$, $u_2=(1,1,0)$, $u_1=(1,1,1)$.

التمرين 06: 1) برهن أن W فضاء شعاعي جزئي في $\mathbf{R}^3$ حيث $W=\{(x,y,0);\ x,y\in \mathbf{R}\}$.

2) برهن أن W فضاء شعاعي جزئي في $\mathbf{R}^3$ حيث $W=\{(x,y,z)\in \mathbf{R}^3;\ x+y+z=0\}$.

3) بين أن W ليست فضاء شعاعي جزئي في $\mathbf{R}^3$ حيث $W=\{(x,y,z)\in \mathbf{R}^3;\ x\geq 0\}$.

4) برهن أن W فضاء شعاعي جزئي في $\mathbf{R}^2$ حيث $W=\{(x,y)\in \mathbf{R}^2;\ 2x=y\}$.

5) برهن أن W فضاء شعاعي جزئي في $\mathbf{R}^4$ حيث $W=\{(x,y,z,t)\in \mathbf{R}^4;\ x+3t=0,\ y=z\}$.

التمرين 07: 1) حدد ما إذا كان الشعاعين u, v, w مستقلين خطيا أم لا حيث:

أ) $u=(3,4)$, $v=(1,-3)$ ب) $u=(2,-3)$, $v=(6,-9)$ ج) $u=(2,-1,1)$, $v=(1,2,3)$, $w=(1,1,1)$.

التمرين 08: أي من المجموعات التالية تكون أساس إلى $\mathbf{R}^3$:

1) $E=\{(-1,2,0), (0,1,0), (1,2,2)\}$.

2) $F=\{(1,2,0), (0,5,7), (-1,1,3)\}$.

3) $G=\{(-1,1,4), (0,2,0), (1,1,1), (0,2,5)\}$.

4) $H=\{(0,5,7), (-1,2,-3), (-2,9,1)\}$.

التمرين 09: بين أن الأشعة الأربعة التالية تشكل أساس ل $\mathbf{R}^4$: $(0,0,0,1), (0,0,1,1), (0,1,1,1), (1,1,1,1)$.

التمرين 10: جد أساس إلى كل من الفضاءات الجزئية التالية من $\mathbf{R}^3$.

1) $M=\{(x,y,z) : x+y=0\}$.

2) $N=\{(x,y,z) : 2x+y-z=0\}$.

3) $V=\{(x,y,z) : x=0,\ y-2z=0\}$.

4) $w=\{(x,y,z) : x=y-3z\}$.

التمرين 11: جد احداثيات كل من الأشعة التالية في $\mathbf{R}^2$ و ذلك بالنسبة للأساس $\mathbf{B=\{e_1=(2,-1),\ e_2=(3,0)\}}$.

A=(2,-1), B=(0,0), C=(0,1), D=(a,b).

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم الجذع المشترك **السنة الأولى**

رياضيات 2 **السلسلة رقم 02**

التمرين 01: هل التطبيقات التالية خطية أم لا ؟

1) $f:\mathbf{R}^3\longrightarrow\mathbf{R}^3 \quad f(x,y,z)=(x,y,0)$

2) $f:\mathbf{R}^2\longrightarrow\mathbf{R}^2 \quad f(x,y)=(x+1,y+2)$

3) $f:\mathbf{R}^2\longrightarrow\mathbf{R}^2 \quad f(x,y)=(x+y,x)$

4) $f:\mathbf{R}^3\longrightarrow\mathbf{R} \quad f(x,y,z)=2x-3y+4z$

5) $f:\mathbf{R}^2\longrightarrow\mathbf{R}^3 \quad f(x,y)=(x+1,2y,x+y)$

6) $f:\mathbf{R}^2\longrightarrow\mathbf{R}^2 \quad f(x,y)=(2x-y,x)$

التمرين 02: 1) بين أن يوجد تطبيق خطي وحيد $f:\mathbf{R}^2\longrightarrow\mathbf{R}^2$ يحقق $f(1,2)=(2,3)$ و $f(0,1)=(1,4)$

2) أوجد صيغة f أي أوجد $f(x,y)$ ثم أوجد $f(5,6)$ و $f^{-1}(-2,7)$

التمرين 03: لنفترض أن $F:V\longrightarrow U$ و $G:U\longrightarrow W$ تطبيقان خطيان, بين أن تطبيق التركيب $G\circ F:V\longrightarrow W$ تطبيق خطي.

التمرين 04: ليكن $f:\mathbf{R}^4\longrightarrow\mathbf{R}^3$ التطبيق الخطي المعرف بواسطة $f(x,y,s,t)=(x-y+s+t,x+2s-t,x+y+3s-3t)$ أوجد قاعدة الصورة Imf وكذلك بعدها, و أوجد قاعدة للنواة kerf و كذلك بعدها.

التمرين 05: ليكن $f:\mathbf{R}^3\longrightarrow\mathbf{R}^3$ التطبيق الخطي المعرف بواسطة $f(x,y,z)=(x+2y-z,y+z,x+y-2z)$ أوجد قاعدة الصورة Imf وكذلك بعدها, و أوجد قاعدة للنواة kerf و كذلك بعدها.

التمرين 06: أوجد تطبقا خطيا $f:\mathbf{R}^3\longrightarrow\mathbf{R}^4$ تكون صورته مولدة بواسطة (3-,1-,2,0) و(4-,0,2,1)

لتمرين 07: أوجد تطبقا خطيا $f:\mathbf{R}^3\longrightarrow\mathbf{R}^2$ تكون الأشعة (1,0,2) و(0,1-,1) أساس لنواته .

التمرين 08: ليكن التطبيقات الخطية التالية : $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ و $g:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ و $h:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ المعرفة بواسطة : $h(x,y)=(y,x)$, $g(x,y,z)=(x-z,y)$, $f(x,y,z)=(2x,y+z)$.

1) أوجد $(f+g)(v)$ و $(3f)(v)$ حيث $v=(2,3,4)$.
2) أوجد $(2f-5g)(w)$ حيث $w=(5,1,3)$.

التمرين 09: ليكن التطبيق الخطي $f:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ المعرف كما يلي :

$f(x,y,z)=(x+z,x-y,z+y,x+y+2z)$

عين نواة f و صورته. هل f متباين, غامر؟

التمرين 10: ليكن التطبيق الخطي $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ المعرف كما يلي : $f(x,y)=(x+y,x-y,x+y)$

عين نواة f و صورته. هل f متباين, غامر؟

التمرين 11: ليكن $B=\{e_1=(1,0,0),e_2=(0,1,0),e_3=(0,0,1)\}$ الأساس القانوني ل $\mathbb{R}^3$ و ليكن f تطبيق خطي من $\mathbb{R}^3$ نحو $\mathbb{R}^3$ معرف بواسطة :

$f(e_1)=-2e_1+2e_3$, $f(e_2)=3e_2$, $f(e_3)=-4e_1+4e_3$

1) عين أساس للنواة f, هل f متباين؟ هل يمكن أن يكون f غامر؟ لماذا؟
2) عين أساس للصورة f, ما هي رتبة f ؟

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم الجذع المشترك **السنة الأولى**

الرياضيات 2 **السلسلة رقم 03**

التمرين 1:01) أوجد نوع المصفوفات التالية:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 4 & 1\\ 2 & 5 & 0\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1 & 4 & 1\\ 0 & 5 & 0\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}12 & 4\\ 4 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$$

3) من المصفوفات السابقة أوجد العناصر : $a_{22}, a_{31}, b_{12}, b_{22}, b_{31}, c_{12}, c_{22}, c_{23}$.

التمرين 2: 1) أوجد x,y,z,w إذا كان : $\begin{pmatrix}x+y & 2z+w\\ x-y & z-w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 1 & 4\end{pmatrix}$

3) أوجد x,y,z,t حتى يكون : $\begin{pmatrix}x+y & z+3\\ y-4 & z+w\end{pmatrix}=0_2$

التمرين 3: ليكن المصفوفات التالية :

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & 5 & -6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 2\\ -7 & 1 & 8\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 1 & -2\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 2 & -3\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

1) أحسب المجاميع التالية إن أمكن :A+B, C+D .

2) أحسب مايلي : 3D, -5A, 2A-3B .

3) أوجد x,y,z,w حيث :

$$3\begin{pmatrix}x & y\\ z & w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x & 6\\ -1 & 2w\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & x+y\\ z+w & 3\end{pmatrix}$$

التمرين 4: أوجد الجداء AB في الحالات التالية :

$$1)A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\\ -3 & 4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & -2 & -5\\ 3 & 4 & 0\end{pmatrix}, 2)A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -4\\ 3 & -2 & 6\end{pmatrix}$$

التمرين 5:أوجد منقول المصفوفات التالية:

$$A=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & 2\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 4\\ 0 & 5\end{pmatrix}$$

التمرين 6: ليكن f تطبيق خطي معرف من $\mathbf{R^2}$ نحو $\mathbf{R^2}$ كم يلي f(x,y)=(2x-5y,3x+y) نسبة إلى الأساس B={u_1=(2,1),u_2=(3,2)} في $\mathbf{R^2}$.

1. أحسب f(u_1) ثم أكتب النتيجة في الأساس B .
2. أحسب f(u_2) ثم أكتب النتيجة في الأساس B .
3. أوجد المصفوفة المرفقة ل f في الأساس B.
4. أحسب صورة الشعاع v=(3,4) بواسطة f في الأساس B باستعمال المصفوفة المرفقة ل f.

التمرين 7: ليكن f تطبيق خطي من $\mathbf{R}^2$ نحو $\mathbf{R}^3$ معرف بالمصفوفة

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$$

1) أحسب صورة الشعاع v=(2,3 ,1) بواسطة f.

2) أوجد عبارة f(x,y,z).

التمرين 8: أحسب المحددات التالية :

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix},$$

التمرين 9:أحسب مقلزب المصفوفات التالية :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$