الإنحدار الخطي المتعدد:

مقدمة: يعتبر الإنحدار الخطي المتعدد من بين الأدوات المهمة المستعملة في التنبؤ، حيث يستعمل في إتخاذ القرار والتوقع والرقابة، فهو يهتم بتحديد العلاقة بين متغير تابع (Y) وعدة متغيرات مستقلة ($X_1, X_2 \dots X_k$)، وتفترض هذه الطريقة وجود علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة ($Y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 \dots B_k x_k$).

لكن في الواقع لا توجد علاقة خطية تامة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة وذلك لعدة أسباب منها أخطاء القياس، وجود متغيرات أخرى تؤثر على المتغير التابع لم نأخذها بعين الاعتبار ... الخ، لذلك نضيف لهذه العلاقة مقدار نرمز له بـ e ويسمى حد الخطأ أو معامل الإزعاج، وبالتالي تصبح علاقة (خط) الإنحدار بالشكل التالي:

$$\underbrace{y_i = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} \dots b_p x_{i_K}}_{\text{جزء الإنحدار}} + \underbrace{e_i}_{\text{جزء الخطأ}}$$

حيث: ($i = 1 \dots n$) وعدد المشاهدات لكل متغير

K: وعدد المتغيرات

$B_0, B_1 \dots B_k$ هي ثوابت أو معاملات النموذج

e_i: حد الخطأ

ملاحظة: يجب أن نعلم أن طريقة الإنحدار الخطي المتعدد لا يمكن تطبيقها إلا على المتغيرات التي توجد بينها علاقة خطية أو تقبل التحويل إلى علاقة خطية

شكل الانحدار الخطي المتعدد

في الواقع المعادلة التي كتبناها سابقا هي مجرد معادلة واحدة من بين n معادلة وذلك كما يلي

$$Y_1 = B_0 + B_1 x_{11} + B_2 x_{12} + \ldots + B_K x_{1K} + e_1$$
$$Y_2 = B_0 + B_1 x_{21} + B_2 x_{22} + \ldots B_K x_{2K} + e_2$$

. . ..

.. ..

. ...

$$p \quad Y_n = B_0 + B_1 x_{n1} + B_2 x_{n2} + \ldots + B_K x_{nK} + e_n$$

وهذه المعادلة تتضمن (K+1) من المعلومات المراد تقديرها علما أن الحد الأول هنا (B) تمثل الحد الثابت، الأمر الذي يتطلب اللجوء إلى المصفوفات والأشعة لتقدير تلك المعلومات. وعليه يمكن صياغة هذه المعادلات في صورة مصفوفات كالتالي

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ i & x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ i & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_i \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

ويمكن كتابة المعادلات السابقة إختصارا

$$Y = XB + \mathcal{E}$$

حيث: Y = شعاع عمودي أبعاده (n×1) يحتوي مشاهدات المتغير التابع

X: مصفوفة أبعادها (n*(K+1)) يحتوي العمود الأول على الواحد وباقي الأعمدة قيم المتغيرات المستقلة.

(2)