$Y(n \times 1)$: المتغير التابع أو المفسَّر،

$X(n \times (k+1))$: مصفوفة المتغيرات المُفَسِّرة أو المستقلة،

$\beta((k+1) \times 1)$: شعاع المعالم،

$\varepsilon(n \times 1)$: شعاع الأخطاء،

وبما المعادلة السابقة هي معادلة حقيقية لكنها مجهولة المعالم والمراد تقديرها باستخدام الاحصاءات المتوفرة عن المتغير التابع والمتغيرات المستقلة فإنه يجب توفر مجموعة من الفرضيات حول هذا النموذج

فرضيات النموذج

$$E(\varepsilon) = E\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \vdots\\ \varepsilon_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}E(\varepsilon_1)\\ E(\varepsilon_2)\\ E(\varepsilon_3)\\ \vdots\\ E(\varepsilon_n)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}$$

2- تباين العناصر العشوائية ثابت، والتباين المشترك بينها يساوي صفر أي:

$$cov(\varepsilon \varepsilon) = E(\varepsilon * \varepsilon') = \begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \vdots\\ \varepsilon_n\end{bmatrix} * [\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3\ \dots\ \varepsilon_n] = \sigma^2 * I$$

تمثل المصفوفة أعلاه مصفوفة التباين والتباين المشترك لحد الخطأ ε، حيث تشكل العناصر القطرية في المصفوفة قيمة التباين لـ ε، بينما تشكل بقية العناصر قيم التباين المشترك لـ ε وهي مساوية للصفر.

3- ليست هناك علاقة خطية تامة بين المتغيرات المستقلة وأن عدد المشاهدات يجب أن يزيد على عدد المعالم المراد تقديرها أي أن $Ran(x) = k+1 < n$ حيث: ran هي رتبة المصفوفة، $k+1$ يمثل عدد المتغيرات المستقلة زائد 1، n هو حجم العينة المأخوذة (عدد المشاهدات).

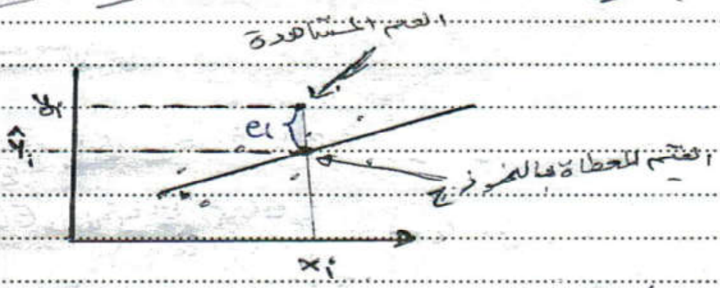
4- مصفوفة المتغيرات المستقلة X محددة ومعطاة، فهي مقاسة بدون أخطاء.

5- يوجد الاستقلال الاحصائي بين المشاهدات المستقلة ($x_1, x_2, \dots x_k$) والخطأ العشوائي ε_i، أي $cov(X, \varepsilon) = 0$

6. الأخطاء العشوائية ε_i لها توزيع طبيعي متوسطه صفرا وتباين ثابت σ^2 أي $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

بعدما تعرفنا على فرضيات النموذج سوف نتعرف على:
1 - تقدير معالم النموذج بطريقة المربعات الصغرى (M.C.O)
2 - إختبار معنوية المعالم B_i.
3 - تقييم (إختبار) القوة التفسيرية للنموذج
4 - إختبار معنوية النموذج الخطي.
5 - تقدير مجال لمعالم النموذج. 6 - إيجاد مجال الثقة للقيمة الحقيقية Y

- تقدير معالم النموذج بطريقة المربعات الصغرى



في ضوء الفرضيات السابقة يمكن إستخدام طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم النموذج، حيث الهدف الأساسي لهذه الطريقة هو تصغير البواقي قدر الإمكان. أي

$$= \min \sum e_i^2 = \min \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

ولكي تكون القيمة S في أقل قيمة لها عندما يكون

$$\frac{\partial S}{\partial B} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 S}{\partial^2 B} > 0$$

لسوف نأخذ متغيرين مستقلين فقط ونعوض عند تعويض قيمة $(\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 x_{i1} + \hat{B}_2 x_{i2})$ في القيمة S نجد

$$S = \sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 x_{i1} - \hat{B}_2 x_{i2})^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial B_0} = 2 \sum (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 x_{i1} - \hat{B}_2 x_{i2})(-1) = 0$$

$$= \sum Y_i - n\hat{B}_0 - \hat{B}_1 \sum x_{i1} - \hat{B}_2 \sum x_{i2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum Y_i = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum x_{i1} + \hat{B}_2 \sum x_{i2}} \quad \text{--- } (1)$$