ثالثا: مدى ملائمة النموذج:

لاختبار مدى ملائمة العلاقة الخطية لتمثيل العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة نستعمل تحليل التباين

يهدف اختبار F لمعرفة مدى معنوية العلاقة الخطية بين المتغيرات المستقلة $(X_1, X_2, \dots, X_k)$ على المتغير التابع Y، وهو يعتمد على الفرضيتين

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k \\ H_1: \exists \beta_j \neq 0 \quad j = 1 \dots k \end{cases}$$

جدول تحليل التباين

مصدر الانحراف	مجموع مربعات الانحراف	درجة الحرية	متوسط مربعات الانحراف	الاختبار F
الانحدار (مفسرة)	$\hat{B}'X'Y - n\bar{Y}^2$ (SCE)	K	$\frac{\hat{B}'X'Y - n\bar{Y}^2}{K}$	$F = \frac{\hat{B}'X'Y - n\bar{Y}^2/K}{Y'Y - \hat{B}'X'Y/n-K-1}$
البواقي	$Y'Y - \hat{B}'X'Y$ [SCR]	$n-K-1$	$\frac{Y'Y - \hat{B}'X'Y}{n-K-1} = \hat{\delta}^2$	
الانحراف الكلي	$Y'Y - n\bar{Y}^2$ (SCT)	$n-1$		

يتم حساب F تقوم بمقارنتها بالقيمة المجدولة $(F_{1-\alpha, K, n-K-1})$

فإذا كان $F > F_{1-\alpha, K, n-K-1}$ فإن النموذج الخطي معنوي، أي يمثل العلاقة أما إذا كان العكس $F < F_c$ فإن النموذج الخطي لا يمثل العلاقة، وذلك عند مستوى دلالة α

$$F = \frac{R^2/K}{(1-R^2)/n-K-1}$$

مثال: $F_c = \frac{0,892/3}{(1-0,892)/13} = 8,26$ $F_{0.95,3,3} = 9.276$

* يعود الثقة لمتوسط القيمة الحقيقية Y_h عند مستوى معنوية α
* يعطى مجال الثقة لأي قيمة حقيقية Y_h عند القيمة X_h عند مستوى معنوية α بالعلاقة التالية

$$E(Y_h) = \hat{Y}_h \mp t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-K-2} * \hat{\delta}(\hat{Y}_h)$$

حيث:

$$\hat{\delta}^2(Y_0) = \hat{\delta}^2 X_h (X'X)^{-1} X'_h$$

من خلال المثال السابق إذا أردنا إيجاد متوسط المبيعات عندما يكون سعر السلعة (10) ن الدخل (400) سعر السلعة البديلة (13) عند α 5% نلاحظ أن $X_h = (1\ 10\ 400\ 13)$

$\hat{\sigma}^2(Y_{h_0}) = 25,21 * 1,9 = 47,9 \Rightarrow \hat{\sigma}(Y_0) = 6,92$

$T_{1-\frac{\alpha}{2}, n-k-1} = 3,182$

$= 22,02$

$E(Y_{h_0}) \in \{46,13 \pm 3,182 * 6,92\}$

$E(Y_{h_0}) \in [18,11 \quad 62,15]$

نحن واثقون بنسبة 95% أن متوسط المبيعات سيكون بين 18,11 و 62,15 مليون

مجال الثقة لمعالم النموذج:

نعين مجال الثقة لأي معامل β_j عند مستوى دلالة α بالعلاقة التالية

$\hat{\beta}_j \in \{\hat{\beta}_j \pm T_{1-\frac{\alpha}{2}, n-k-1} * \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}\}$

مجال الثقة لـ β_1

$\hat{\beta}_1 \in \{\hat{\beta}_1 \pm T_{0,975;13} * \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}\}$

$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} = 3,85 \quad , \quad T_{0,975;13} = 3,182 \quad , \quad \hat{\beta}_1 = -3,43$

$\beta_1 \in \{-3,43 \pm \underbrace{3,182 * 3,85}_{12,25}\}$

$\beta_1 \in [-15,68 \quad 8,82]$