# استخدام منحنى التوزيع الطبيعي

## 1. متغيرات السلسلة الزمنية

## 2. نقطة التعادل والتوزيع الطبيعي

لعملية اتخاذ قرار فى إطار الأجواء الآتية : كيف يمكن الاجابة على الأسئلة المرتيطة بالاستراتيجية

1. حالة اليقين ، 2. حالة المخاطرة ،3. حالة عدم اليقين .

ما معنى : الاستراتيجية ؟ الأوضاع السائدة ؟ مصفوفة الأرباح ؟

ما المقصود بالاحتمال؟ وبتوزيع الاحتمال ؟

**الحـــل**

1. من أمثلة اتخاذ القرار فى محيط من **اليقين** القيام بشراء سندات الخزانة ، وهو ما يؤدى إلى نتيجة واحدة ( وتتمثل فى مقدار العائد ) ، وهى نتيجة معروفة يقينا للمستثمر . والسبب في ذلك انه لا يوجد احتمال بالا تنجح الحكومة فى استرداد قيمة هذه السندات استحقاقها ، أو أن تعجز عن سداد قيمة الفائدة .

2. ومن أمثلة القرارات التى تتخذ فى محيط من **المخاطرة** عملية القيام بشراء الأسهم أو طرح منتج جديد ، وهى الأمور التى قد تؤدى إلى حدوث أحد النتائج المحتملة ، علماً بأنه يمكن تقدير مدى احتمالات حدوث كل من هذه النتائج المحتملة من خلال الخبرات السابقة أو من خلال دراسات السوق .

ومن أمثلة القرارات التى تتخذ فم حيط من **عدم اليقين** عملية الحفر بحثا عن البترول فى حقل لم يتم التأكد من احتمالات العثور على البترول فيه ، وهى الحالة التى لا تمكن فيها

المستثمر من معرفة أو تقدير كميات الإنتاج المحتملة من البترول أو حتى احتمالات تحقق تلك الكميات .

(ب) تشير الاستراتيجية إلى واحدة من عدة مسارات يمكن أن ينتهجها صانع القرار بغرض إنجاز أهدافه المرجوة . فعلى سبيل المثال ، يمكن لصانع القرار أن يقوم بالمفاضلة بين استراتيجية تعمد إلى بناء مصنع كبير وأخرى تعمد إلى بناء مصنع صغير ، والغرض فى الحالتين هو معظمة أرباح الشركة ( أو قيمتها ) .

أم الوضع السائد فانه يشير إلى الظروف التى ستكون ذات اثر كبير على درجة نجاح أو فشل العديد من الاستراتيجيات ، وهى الأوضاع التى ليس فى استطاعة صانع القرار التحكم الكامل فى تسييرها ، بل وربما لا يمكنه التحكم فيها على الإطلاق . ومن أمثلة هذه الأوضاع تلك الحالات الثلاث التى قد تعترى الوضع الاقتصادى ، إلا وهى : الانتعاش ، أو الحالة العادية أو الكساد .

أما مصفوفة الأرباح فهى عبارة عن جدول يوضح النتائج المحتملة لكل استراتيجية فى ظل أحد الأوضاع الاقتصادية السائدة . فعلى سبيل المثال ، قد يوضح مصفوفة الأرباح ( لكل من الأوضاع الاقتصادية الثلاثة سالفة الذكر ) مستوى الأرباح التى يمكن أن تحققها الشركة إذا قامت ببناء المصنع الكبير أو الصغير .

(ج) أن احتمال وقوع حدث ما هو مقدار الفرص الممكنة لحدوثه . فإذا قلنا أن احتمال حدوث انتعاش اقتصادى هو 0.25 أو 25% ، فإننا نعنى وجود فرصة واحدة بين كل 4 فرص لتحقق هذا الانتعاش .

ويمكن تعريف توزيع الاحتمالات لأحد الأحداث – كالتوزيع الاحتمالى الخاص بأرباح أحد المشروعات الاستثمارية – بأنه قائمة لكافة النتائج المحتملة لهذا الحدث ( أى كافة الأرباح الممكن تحققها من هذا الاستثمار ) و مدى احتمالات حدوث كل منها . ومجموع هذه

الاحتمـالات يسـاوى 1 أو 100% ، نظـراً لأنـه لابـد مـن حـدوث أحـد هـذه الأحـداث المحتملـة لا محالة .

**3.2** يتعـين علـى أحـد الشـركات المنتجـة لأنظمـة وبـرامج الكمبيـوتر اختيـار واحـدة مـن اسـتراتيجيتين للدعايـة والإعـلان : إمـا الإعلانـات التلفزيونيـة أو الإعلانـات المنشـورة فـى الصـحف . وقـد قـام قسـم التسـويق بتقـدير أحجـام المبيعـات واحتمـالات تحقـق كـل منهـا فـى ظـل كل من الخطط المعطاة فى الجدول التالى :

| الاستراتيجية A ( الإعلانات التليفزيونية ) | | الاستراتيجية B ( الإعلانات المنشورة بالصحف ) | |
|---|---|---|---|
| المبيعات | الاحتمال | المبيعات | الاحتمال |
| 8,000 دج | 0.25 | 8,000 دج | 0.25 |
| 12,000 | 0.50 | 12,000 | 0.50 |
| 16,000 | 0.25 | 16,000 | 0.25 |

علماً بأن هامش الربح هو 50% من المبيعات :

( أ ) قم بحساب الأرباح المتوقعة لكل من الاستراتيجيتين .

(ب) قم برسم توزيع الاحتمالات الأرباح لكل من الاستراتيجية .

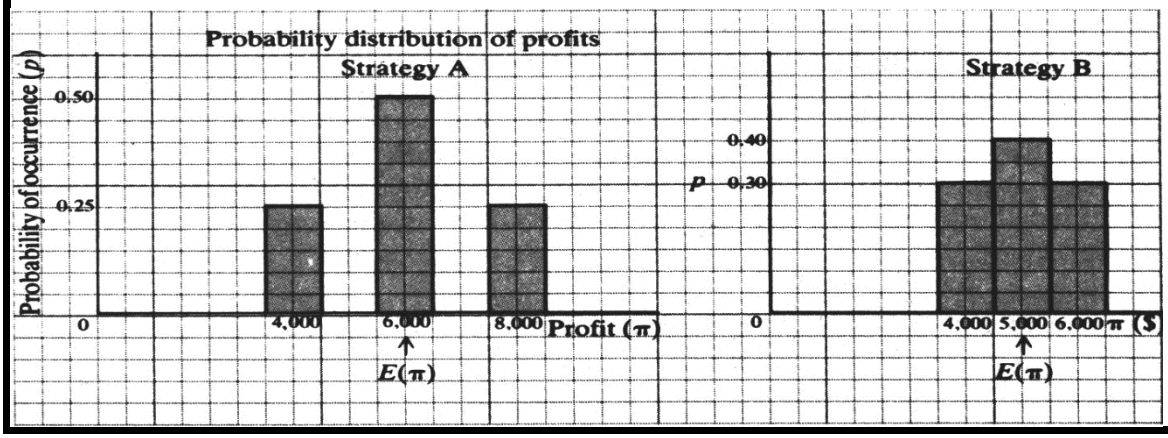
**الحـل**

( أ ) لإيجاد الأرباح المتوقعة لكل من الاستراتيجيتين الإعلانيتين ، لابد من اتباع الخطوات الموضحة فى الجدول 3.7 ، حيث يوضح الجدول الأرباح المتوقعة من الاستراتيجية A ( الخاصة بالإعلانات التليفزيونية ) وقدرها 6,000 دينار ، مقارنة بالأرباح المتوقعة من الاستراتيجية B ( و الخاصة بالإعلانات المنشورة بالصحف ) و قدرها 5,000 دينار . ونلاحظ أن الأرباح المتوقعة لكل إستراتيجية هى المتوسط المرجح لكافة مستويات الأرباح المحتملة التى يمكنان تتحقق من جراء اتباع استراتيجية بعينها ، مع استخدام احتمالات تحقق مستويات الأرباح هذه كمرجحات . ونلاحظ أيضا أن الربح المتوقع لكل إستراتيجية لا

يساوى بالضرورة أياً من مستويات الأرباح الخاصة بتلك الاستراتيجية ، ( على الرغم من أن العكس هو الصحيح فى هذه الحالة ) .

(ب) يوضح الشكل 5–3 توزيعي الاحتمالات للأرباح من كل من الاستراتيجية A . والاستراتيجية B

| المبيعات ( 1 ) | الربح ( 2 ) | الاحتمال ( 3 ) | الأرباح المتوقعة ( 4 ) = ( 2 ) × ( 3 ) |
|---|---|---|---|
| الاستراتيجية A ( الإعلانات التليفزيونية ) | | | |
| 8,000 دج | 4,000 دج | 0.25 | 1,000 دج |
| 12,000 | 6,000 | 0.50 | 3,000 |
| 16,000 | 8,000 | 0.25 | 2,000 |
| الأرباح المتوقعة من الاستراتيجية A = دج6,000 | | | |
| الاستراتيجية B ( الإعلانات المنشورة بالصحف ) | | | |
| 8,000 دج | 4,000 دج | 0.3 | 1,200 دج |
| 10,000 | 5,000 | 0.4 | 2,000 |
| 12,000 | 6,000 | 0.3 | 1,800 |
| الأرباح المتوقعة من الاستراتيجية B = دج5,000 | | | |



باستخدام البيانات الواردة فى المسألة.

( أ ) قـم بحسـاب الانحـراف المعيـارى لتوزيـع الأربـاح الخاصـة بكـل مـن اسـتراتيجية التطـوير .

(ب) أى من هاتين الاستراتيجيتين تنطوى على قدر أكبر من المخاطرة ؟

(ج) ما هى الاستراتيجية التى يتعين على الشركة اختيارها ؟

الحـــل

( أ ) يمـدنا الجـدول 3.8 بالحسـابات الخاصـة بـالانحراف المعيـارى لتوزيـع الأربـاح الخاصـة بكـل مـن الاستراتيجيتين

| مربع الانحراف × الاحتمال $(\pi_i - \overline{\pi})^2 \cdot P_i$ | الاحتمال $(P_i)$ | مربع الانحراف $(\pi_i - \overline{\pi})^2$ | الانحراف $(\pi_i - \overline{\pi})$ |
|---|---|---|---|
| **الاستراتيجية A** | | | |
| 1,000,000 دج | 0.25 | 4,000,000دج | 2,000–دج = 4,000دج – 4000دج |
| 0 | 0.50 | 0 | 6,000 – 6,000 = 0 |
| 1,000,000 | 0.25 | 4,000,000 | 8,000 – 6,000 = 2,000 |
| الاختلاف = $\sigma^2$ = 2,000,000دج | | | |
| الانحراف المعيارى = $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2,000,000}$ = 1,414.21دج | | | |
| **الاستراتيجية B** | | | |
| 300,000 دج | 0.3 | 1,000,000دج | 1,000–دج = 4,000دج – 4000دج |
| 0 | 0.4 | 0 | 5,000 – 5,000 = 0 |
| 300,000 | 0.3 | 1,000,000 | 6,000 – 5,000 = 1,000 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الاختلاف | = | $\sigma^2$ | = | 600,000دج | | |
| الانحراف المعيارى | = | $\sigma$ | = | $\sqrt{\sigma^2}$ | = | $\sqrt{600000}$ = 774.60دج |

(ب) مع أن الاستراتيجية bتنطوى على قدر أقل من المخاطرة ، إلا أنها أيضا أقل من حيث حجم الأرباح المتوقعة وعليه ، فالمعلومات الواردة لا تكفى لاتخاذ القرار الصائب بشان اختيار الاستراتيجية الأفضل ، ويتوقف الاختيار على ما إذا كانت الأرباح المنخفضة المتوقعة من الاستراتيجية B أكثر أم أقل توازنا مع قدر المخاطرة المنخفض لنفس الاستراتيجية ، وهو الأمر الذى يتوقف فيه على موقف مدير الشركة إزاء المخاطرة .

(ج) لتحديد أى من استراتيجية التطوير يتعين على الشركة إنتاجها لابد لنا من إيجاد معامل التغيير (ν) الخاص بتوزيع الأرباح الناتجة عن كل من الاستراتيجيتين ، وهو ما يقيس قدر المخاطرة لكل دينار من أرباح أى من الاستثماريين . بمعنى أن :

$$\upsilon_A = \frac{\sigma_A}{\overline{\pi}_A} = \frac{1{,}414.21}{6{,}000} = 0.24$$

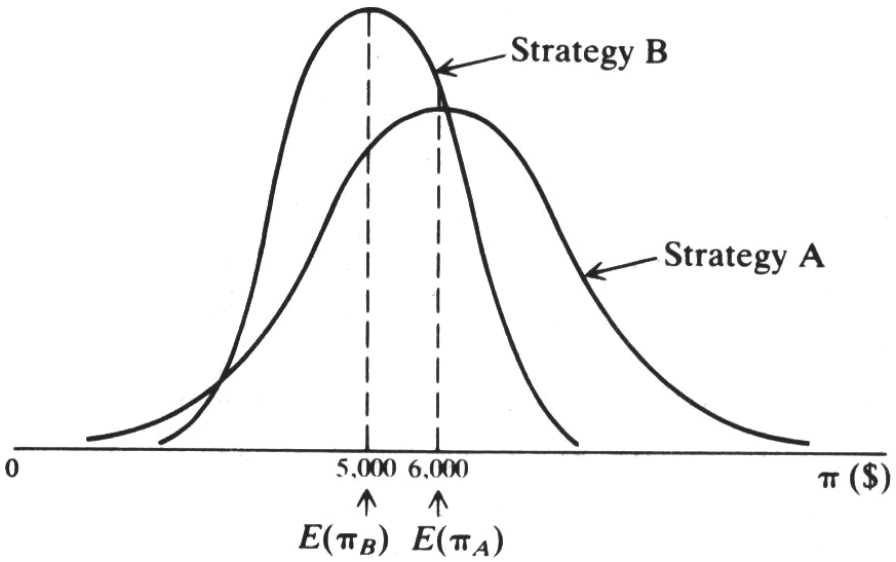
$$\upsilon_B = \frac{\sigma_B}{\overline{\pi}_B} = \frac{\$774.60}{\$5{,}000} = 0.15$$

و لما كان معامل التغيير يزيد فى الاستراتيجية A عنه فى الاستراتيجية B لذا فان قدر المخاطرة ينخفض فى الاستراتيجية bعنه فى الاستراتيجية A وهو ما يؤكد ارتفاع مدى إمكانية تشعب الأرباح فى حالة الاستراتيجية A عنه فى حالة الاستراتيجية B ، كما هو موضح بيانيا فى الشكل 5-3 .

قمنا فى المسألة بتحديد ثلاثة مستويات محتملة الأرباح ، كما قمنا بالحصول على التوزيع المحتملة للأرباح فى شكل خطوات منفصلة موضحة بالشكل. فإذا أوجدنا تحديدا أكثر دقة لمستويات الأرباح واحتمالات حدوثها على الترتيب فان القضبان تقل سمكاً وتأخذ فى الاقتراب من الخط الراسى عند نهايته . من هذا المنطلق :

( أ ) على نفس مجموعة المحاور قم برسم التوزيع الاحتمالي التقريبي المتواصل ( أي المستوي ) للأرباح الناجمة عن كل من استراتيجيتي التطوير اللتين تم تناولهما في المسألة 3.2 .

(ب) قم بتحديد احتمال وقوع مستوى الأرباح لكل من الاستراتيجيتين فى مدى أو نطاق محدد بعينه .




## الحل

( أ ) يوضح الشكل 6-3 التوزيع التقريبى المتواصل للأرباح الناجمة عن كل من استراتيجيتى التطوير . ونلاحظ أن التوزيع الاحتمالى لكل من الاستراتيجيتين يرتكز على أرباحه المتوقعة . كذلك نلاحظ أن التوزيع الاحتمالى للاستراتيجية B هو " أدق " أو اقل تشعبا حول أرباحه المتوقعة مما هو الحال للتوزيع الاحتمالى الخاص

بالمشروع A كما انه يعكس قدرا من المخاطرة اقل فى التوزيع عنه فى التوزيع الأخير .

(ب) عند التعامل مع أحد التوزيعات الاحتمالية المتواصلة يمكن الحصول على احتمال وقوع مستوى الأرباح الناجمة عن كل من استراتيجيتى التطوير فى مدى أو نطاق محدد بعينه من خلال المنطقة الواقعة تحت المنحنى المحصور ما بين مستويات الأرباح المحددة لمدى أو نطاق الأرباح ذات الصلة . ونلاحظ انه فى حالة وجود توزيع احتمالى متواصل فانه يوجد من الناحية النظرية عدد غير محدود من مستويات الأرباح وهو ما يجعل الدليل على احتمال تحقق واحد من مستويات الأرباح دون غيره = صفر

إذا كان التوزيع الاحتمالى للعديد من الاستراتيجيات أو التجارب يسير وفق نسق طبيعى ، فعندئذ سيكون احتمال وقوع أحد النتائج ( الأرباح ) بعينها ضمن نطاق معين من النتائج مبينا فى المنطقة الواقعة تحت المنحنى المعيارى الطبيعى فى النطاق المحدد علما بان المنحنى المعيارى هو عبارة عن توزيع يأخذ شكل الجرس متناظر عند متوسط الصفر وله انحراف معيارى قدره 1 أما المنطقة الواقعة تحت المنحنى فإنها تعبر عن إجمالى احتمال قدره 1 . ولإيجاد احتمال وقوع أحد النتائج ( الأرباح ) بعينها فى نطاق محدد من المتوسط نقوم بطرح القيمة المتوقعة ( أو المتوسط ) للتوزيع ذى الصلة من النتيجة ( أو الربح ) المحدد لذلك النطاق ، ثم نقوم بقسمة النتيجة على الانحراف المعيارى للتوزيع ، وأخيراً نقوم بمراجعة القيمة الناتجة ( والمسماة بقيمة *z* ) لمنحنى الانحراف المعيارى وذلك فى الجدول C.1 بالملحق C .

من هذا المنطلق ومن خلال المعلومات الخاصة بالاستراتيجية A ( بمتوسط = دج6,000 وانحراف معيارى = دج1,414.21 ) ، قم بتحديد احتمال أن تكون الأرباح :

( أ ) واقعة بين 6,000 و 7,000 دينار .

(ب) واقعة بين 5,000 – 6,000 دينار .

(ج) أكثر من 7,000 دينار أو اقل من 5,000 دينار .

(د) واقعة بين 7,500 – 8,500 دينار .

## الحـــل

( أ ) لتحديـد احتمـال وقـوع الأربـاح بـين 6,000 ( أى الأربـاح المتوقعـة ) و 7,000 دينار ، نقوم أولا بإيجاد قيمة $z$ لـ 7,000 دينار ، ذلك على النحو التالى :

$$z = \frac{\pi_i - \bar{\pi}}{\sigma} = \frac{7{,}000 - 6{,}000}{1{,}414.21} = 0.71$$

ثم نقوم بمراجعة القيمة $z = 0.71$ فى الجدول C.1 فى الملحق C .

و بالاتجـاه إلـى أسـفل مـع العمـود المعنـون $z$ إلـى 0.7 ثـم التحـرك عبـر الجـدول حتـى نصـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ

(ج) بـم أن المنحنـى المعيـارى الطبيعـى يكـون متنـاظرا عنـد متوسـط صـفر إذن يكـون نصـف ( أو 0.5 ) مـن المنطقـة الواقعـة تحـت المنحنـى إلـى اليمـين مـن المتوسـط والنصـف الآخـر إلـى اليسار .

وعليـه يكـون احتمـال أن تكـون الأربـاح أكبـر مـن 7,000 دينـار تسـاوى 0.5 نـاقص احتمـال أن تكـون الأربـاح بـين متوسـطات 6,000 دينـار و 7,000 دينـار . أى أن احتمـال أن تكـون الأربـاح أكبـر مـن 7,000 دينـار . هـى 6,000 – 0.5 أو 7,000– . و بالتنـاظر فـان احتمـال أن تكـون الأربـاح اقـل مـن 5,000 دينـار هـى أيضـا 0.2389 أو 23.89% .

( د ) لإيجـاد احتمـال وقـوع الأربـاح بـين 7,500 و8,500 دينـار نقـوم أولاً بإيجـاد قيمـة $z$ لـ 7,500 و8,500 دينـار ثـم نقـوم بمراجعـة هـاتين القيمتـين بالجـدول C.1 الملحـق C ثـم نقـوم بطـرح القيمة فى الجدول المناظر لـ 7,500 من القيمة المنظرة لـ 8,500 دينار .

$$\text{For } 7{,}500, \quad z = \frac{7{,}500 - 6{,}000}{1{,}414.21} = 1.06$$

$$\text{For } 8{,}500, \quad z = \frac{8{,}500 - 6{,}000}{1{,}414.21} = 1.77$$

وبمراجعـة قيمـة 1.06 = $z$ و 1.77 فـى الجـدول C.1 نحصـل علـى 0.3554 و 0.4616 علـى الترتيـب . وعليـه يكـون احتمـال وقـوع الأربـاح بـين 7,500 و = 8,500 0.4616 – 0.3554 = 0.1062 أو 10.62% .

**3.6** باسـتخدام الجـدول C.1 الخـاص بـالتوزيع المعيـارى الطبيعـى ، قـم بإيضـاح المنطقـة الواقعـة تحت المنحنى المعيارى الطبيعى علما بأن :

( أ ) $\pm 1\ \sigma$ هى 68.26% .

(ب) $\pm 2\ \sigma$ هى 95.44% .

(ج) $\pm 3\ \sigma$ هى 99.74% .

( د ) قم برسم الشكل الذي يوضح النتائج الواردة أعلاه .

**الحـل**

( أ ) لتحديد المنطقة الواقعة تحت المنحنى الخاص بالتوزيع المعياري الطبيعي في نطاق $\pm 1\sigma$ = 68.26% . نقوم بمراجعة قيمة $z$ =1.0 في الجدول C.1 . وهى 0.3413 . وهو ما يعنى أن المنطقة الواقعة إلى اليمين من المتوسط صفر للتوزيع المعياري الطبيعي $z$ = 1 هي 0.3413 أو 34.13% . ونظراً لوجود تناظر لذا فان المنطقة ما بين المتوسط $z$ = 1– وهى أيضاً 0.3413 ، أو 34.13% . وعليه تكون المنطقة الواقعة في نطاق $z$ = $\pm 1\sigma$ تحت المنحنى الخاص بالتوزيع المعياري الطبيعي هي ضعف 0.3413 والتي هي 0.6826 أو 68.26% .

(ب) من الجدول C.1 يمكنا الحصول على قيمة 0.4772 الخاصة بـ $z$ = 2 . ومن ثم تكون المنطقة الواقعة تحت المنحنى المعياري الطبيعي في نطاق $\pm 2\sigma$ = $z$ هي 2(0.4772) ، وهى التي تساوى 0.9544 ، أو 95.44% .

(ج) من الجدول C.1 يمكنا الحصول على قيمة 0.4987 الخاصة بـ $z$ = 3 . ومن ثم تكون المنطقة الواقعة تحت المنحنى المعياري الطبيعي في نطاق $\pm 3\sigma$ = $z$ هي 0.9974 ، أو 99.74% .