

• السؤال: كيف نستنتج دالة التكلفة من دالة الإنتاج؟

✓ الجواب:

■ مثال تطبيقي: لتكن لدينا دالة:  $Q=4 L K$

○ دالة التكلفة المتساوية هي:  $CT= 10 L + 3 K$

للإجابة عن السؤال نتبع الخطوات التالية:

1- نجد K بدلالة L أو العكس. بتطبيق شرط توازن المنتج:

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 4 K$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = 4 L$$

$$\frac{4K}{10} = \frac{4L}{3} \leftrightarrow 12 K = 40 L \leftrightarrow 3 K = 10 L$$

$$K = \frac{10}{3} L \rightarrow (1)$$

2- إيجاد دالة التكلفة المتساوية CT بدلالة L إذا وجدنا K بدلالة L أو إيجاد دالة التكلفة المتساوية CT بدلالة K إذا وجدنا L بدلالة K.

✓ في حالتنا هذه فإننا وجدنا K بدلالة L من ( 1 ) نعوض قيمة K في دالة CT نجد:

$$CT = 10 L + 3 \left( \frac{10}{3} L \right)$$

$$CT = 10 L + 10 L$$

$$CT = 20 L \rightarrow (2)$$

**3- إيجاد دالة الانتاج Q بدلالة L اذا وجدنا K بدلالة L  
أو إيجاد دالة الانتاج Q بدلالة K إذا وجدنا L بدلالة K.**

✓ في حالتنا هذه فإننا وجدنا K بدلالة L: من ( 1 ) نعوض قيمة K  
في دالة Q نجد:

$$Q = 4 L \left( \frac{10}{3} L \right) = \frac{40}{3} L^2$$

$$Q = \frac{40}{3} L^2$$

$$L^2 = \frac{3}{40} Q \leftrightarrow L = \sqrt{\frac{3}{40} Q}$$

$$L = \sqrt{\frac{3}{40} Q} \rightarrow (3)$$

**4- إيجاد دالة التكلفة بدالة الإنتاج:**

نقوم بتعويض قيمة L من (3) في دالة التكلفة المتساوية CT (2)  
فنجد:

$$CT = 20 \left( \sqrt{\frac{3}{40} Q} \right) = \sqrt{\frac{3(400)}{40} Q} = \sqrt{30Q}$$

$$CT = \sqrt{30} Q^{\frac{1}{2}} \rightarrow (4)$$

✓ وهو المطلوب.