Modélisation et Simulation

Chapitre 3:
Les outils déterministes de modélisation des systèmes dynamiques

Cours Master 1 IVA

2019/2020

Pr. Salim BITAM

Département d'Informatique, Université de Biskra

07000 Biskra, Algérie

Contenu du chapitre …

- Les automate à états finis

- Les automates cellulaires

Automate à états finis (1)

- Un automate:
- **Définition.** Un automate est un système dynamique invariant à temps discret et avec un espace d’état discret, où les ensembles d’entrée et de sortie sont finis.

- **Définition.** Un automate à états finis (AEF) est un automate avec un espace d’état fini.
- Dans ce qui va suivre, nous nous considérerons que des automates à états finis.

Automate à états finis (2)

- Un automate à états finis est suggéré pour modéliser les systèmes dynamiques, invariants, à temps discret, déterministes dont ce système est considéré comme une entité globale qui change d'états de manière séquentielle,
- La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie d'un automate à états finis (peuvent prendre les formes réduites suivantes):
    - $x(t+1) = \varphi(x(t), u(t))$
    - $y(t) = \eta(x(t))$

Automate à états finis (3)

- **Représentation** de la fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie d'un automate à états finis:
  Par tableaux ou par Graphes:
- Représentation par tableaux:
- **Exemple**:
- Soit un AEF dont :

  X = {x1, x2}

  U = {u1, u2}

  Y = {y1, y2}

Automate à états finis (4)

- La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie sont représentées par les deux tableaux suivants:

$x \backslash u$	$u^{(1)}$	$u^{(2)}$
$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(1)}$
$x^{(2)}$	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$

φ

$x(t)$	$y(t)$
$x^{(1)}$	$y^{(1)}$
$x^{(2)}$	$y^{(2)}$

η

Automate à états finis (5)

- Représentation par Graphes:
- **Exemple**:
- Soit un AEF dont :

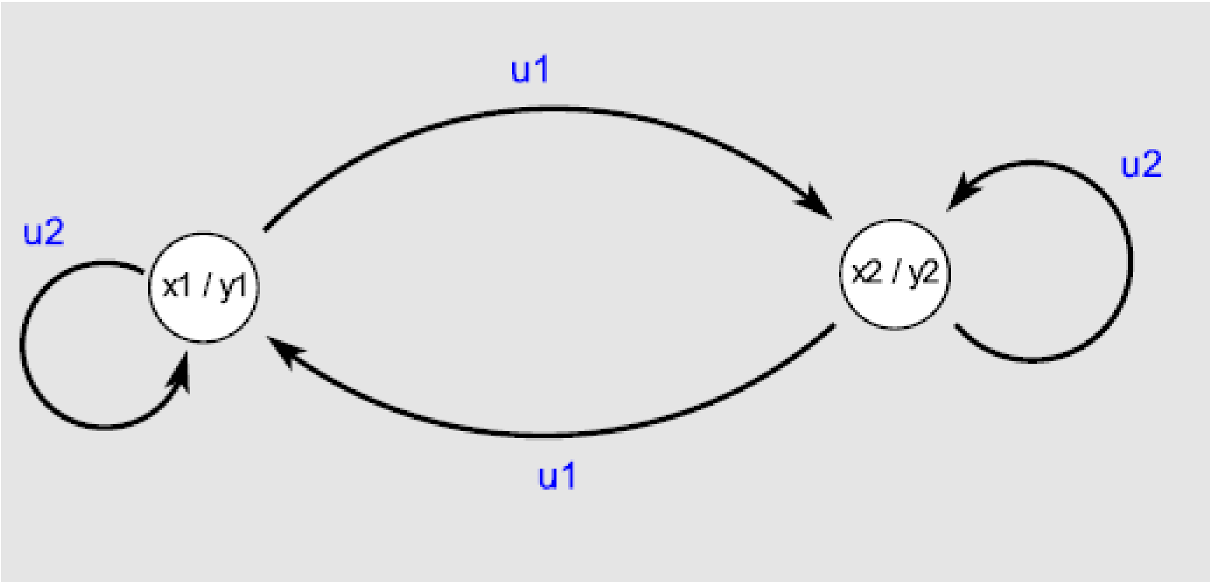
  X = {x1, x2}

  U = {u1, u2}

  Y = {y1, y2}

Automate à états finis (6)

- La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie sont représentées par le graphe suivant:



Modélisation pour simulation d’un système dynamique par un AEF (1)

- Exemple:
- On considère un système d’éclairage formé de deux lampes L1 et L2,
- Ce système dynamique est contrôlé par un interrupteur qui peut prendre deux positions P1/P2,
- Ce système fonctionne comme le suivant:
- Une fois l’interrupteur est fonctionné tandis qu’une lampe est allumée, alors cette lampe est éteinte,

Modélisation pour simulation d’un système dynamique par un AEF (2)

- Puis, si l’interrupteur est fonctionné à nouveau, la deuxième lampe est allumée,
- Si, par la suite, l’interrupteur est fonctionné pour la 3ème fois, la deuxième lampe est éteinte,
- Pour un 4ème fonctionnement de l’interrupteur, la 2ème lampe est allumée et ainsi de suite,

Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (3)

- Modélisation de ce système:

1. Le type de système et l'ensemble Temps:

Ce système est un système à temps discret synchrone

On prend: T ={0, 1, 2, 3, …, }

2. L'entrée : l'interrupteur; U = {u1=P1, u2=P2}

3. La fonction d'entrée peut prendre, la exemple la forme:

u(.)=P1P2P2P1P1P1P2P1

t	0	1	2	3	4	5	6	7
u(t)	P1	P2	P2	P1	P1	P1	P2	P1

Modélisation pour simulation d’un système dynamique par un AEF (4)

4. La sortie: situation donnée par les lampes

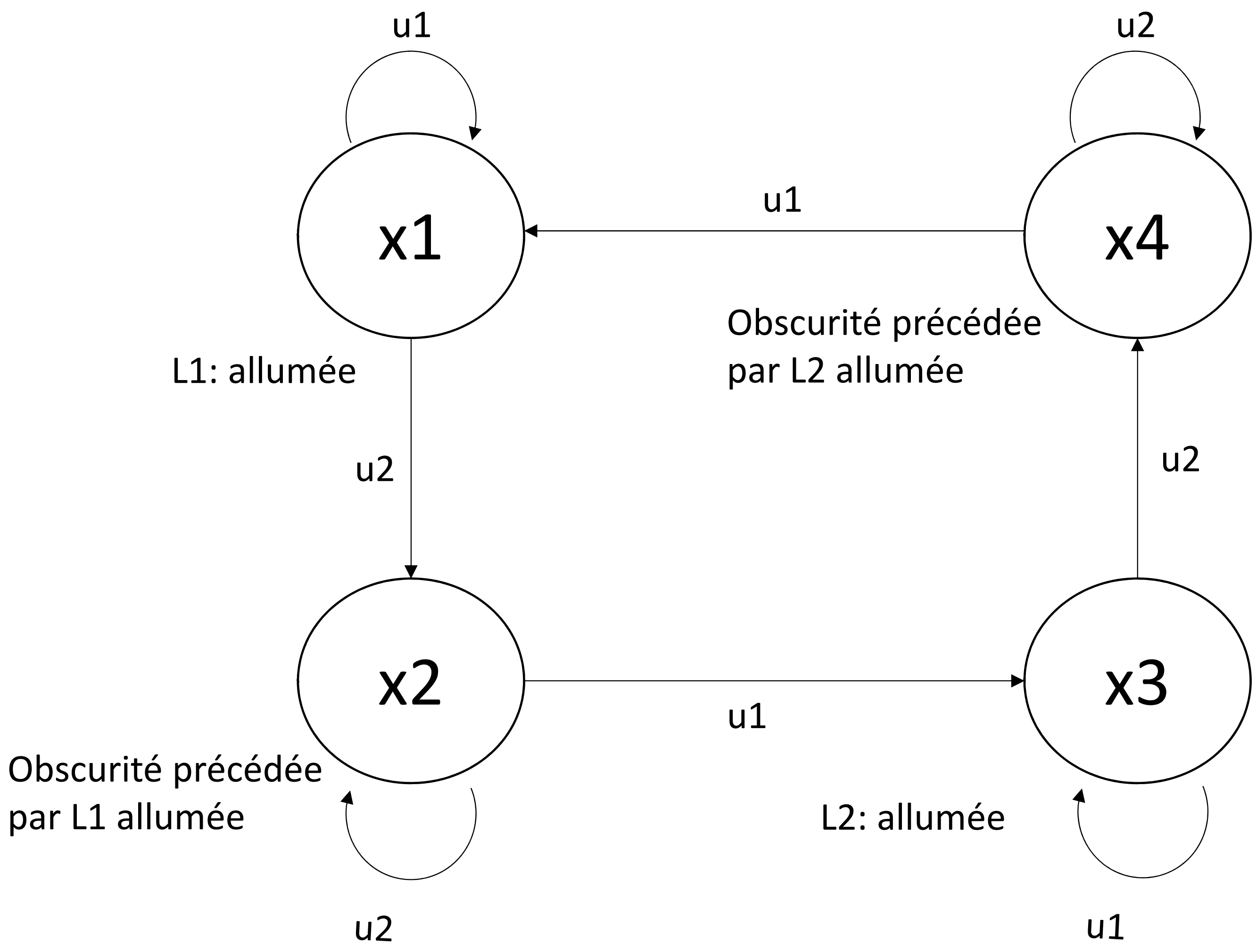
Y = {y1=L1_allumée, y2=L2_allumée, y3=obscurité}

5. L’état du système:

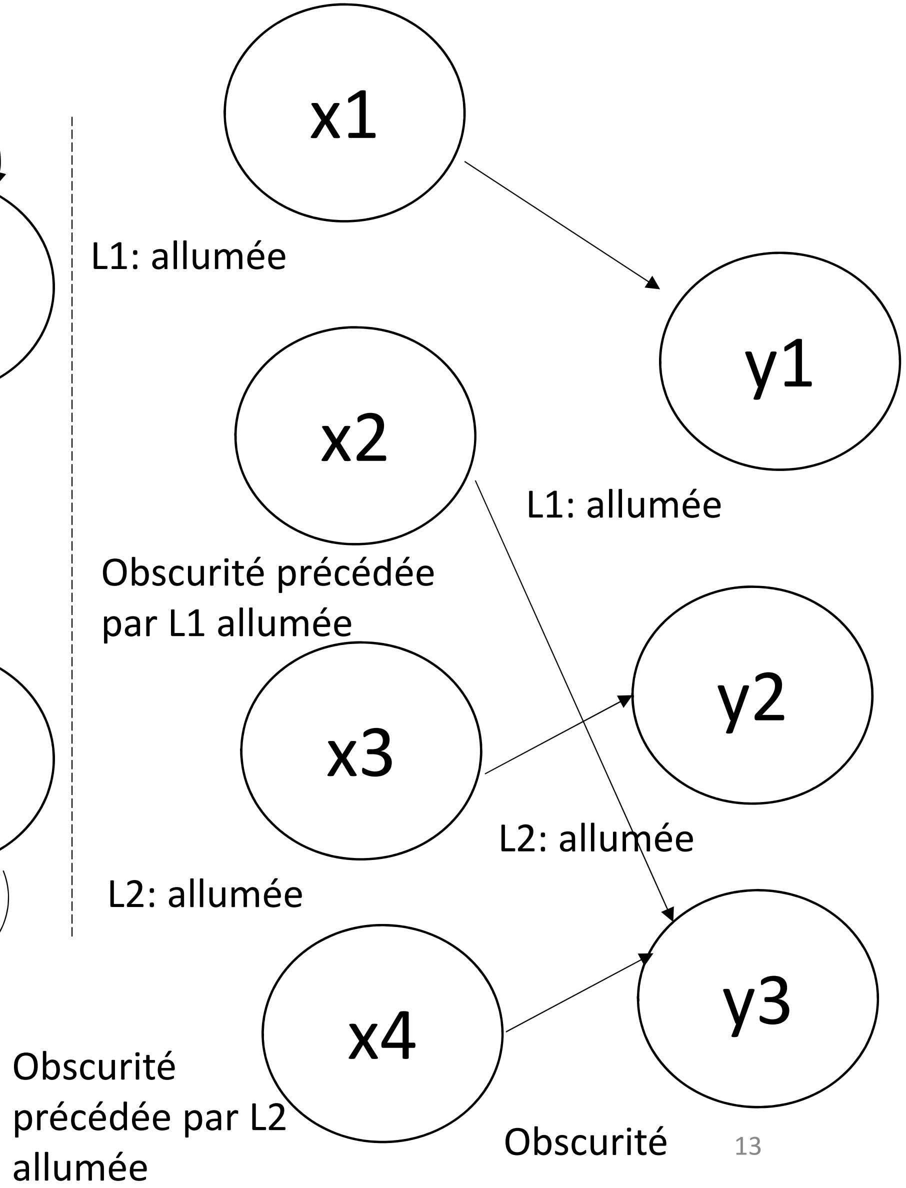
X = {x1=L1_allumée, x2=L2_allumée, x3=obscurité précédée par L1_allumée, x4= obscurité précédée par L2_allumée}

6. La fonction de transition d’état et la fonction de transformation de sortie sont représentées par le graphe de transition d’état et le graphe de transformation de sortie suivants:

Graphe de Transition d’état



Graphe de Transformation de sortie



Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (4)

Utilité de ce modèle : (prévoir une situation future)

Question:

Si on fixe l'état initial : $t=0$, $x(t=0) = x1$

Et si on prend la fonction d'entrée suivante: $u(.) = u1\ u2\ u2$

Que sera-il l'état et la sortie du système à l'instant $t = 3$?

$x(t=3) = \varphi(x(t=2), u(t=2)) = \varphi(\varphi(x(t=1), u(t=1)), u(t=2))$

$= \varphi(\varphi(\varphi(x(t=0), u(t=0)), u(t=1)), u(t=2))$

$= \varphi(\varphi(\varphi(\mathbf{x1}, \mathbf{u1}), u(t=1)), u(t=2))$

$= \varphi(\varphi(\mathbf{x1}, \mathbf{u2}), u(t=2))$

$= \varphi(\mathbf{x2}, \mathbf{u2})$

= **x2 (état d'obscurité précédée par L1 allumée)**

- La sortie est:
- $y(t=3) = \eta(x(t=3)) = \eta(x2)$ = **y3 (situation d'obscurité)**

Les automates cellulaires (1)

- Un automate cellulaire est un système dynamique à temps discret synchrone caractérisé par un nombre fini de **cellules** disposés sur une **grille**.
- À chaque instant donné t, chaque cellule prend sa valeur (son état) x(t) dans un ensemble fini d’états X.
- Cette valeur de la cellule (son état) est prise en fonction de :

Les automates cellulaires (2)

1. Son état précédent x(t-1)
2. Et, les valeurs des états d'un nombre fini cellules qui sont situées à proximité de la cellule ; ce nombre fini de cellules est appelé le **voisinage** de la cellule en cours.
3. changement d'état de la cellule est effectué sur la base d'un ensemble de règles, appelées les **règles de transition**.

Les automates cellulaires (3)

4. À chaque instant donné t, les mêmes règles sont appliquées pour toutes les cellules de la grille, produisant une nouvelle **génération** de cellules dépendant entièrement de la génération précédente.

5. Au début (t=0), on parle de la génération initiale (ou 1ère génération)

- NB. Dans un automate cellulaire, aucune entrée n'est présente.

Les automates cellulaires (3)

- Un automate cellulaire est suggéré pour modéliser les systèmes dynamiques, invariants, à temps discret, déterministes dont ce système est composé d'un ensemble d'entités dont chacune change son état de en fonction de son état actuel et les états des cellules qui l'entourent (les cellules voisines),

Les automates cellulaires (4)

- Le fonctionnement des AC est de manière discret
- Ceci signifie: A chaque instant t (à la génération t), chaque cellule examine son voisinage et détermine son état futur
- A chaque instant t, le changement des états des cellules est simultané,

Domaines d’application

- Simulation de phénomènes spatio-temporels dans la: physique, chimie, biologie, ingénierie, sociologie, traitement d’image, etc.
- Exemple:
- Propagation des feux dans une foret
- Propagation des maladies
- Propagation des gaz
- Transport urbain
- Formation des groupes sociaux

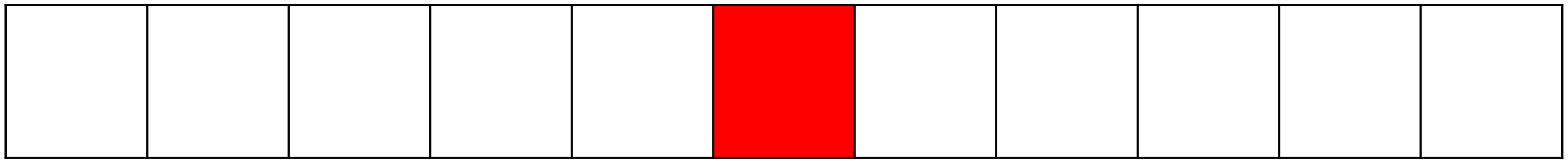
Automate cellulaire unidimensionnel (1)

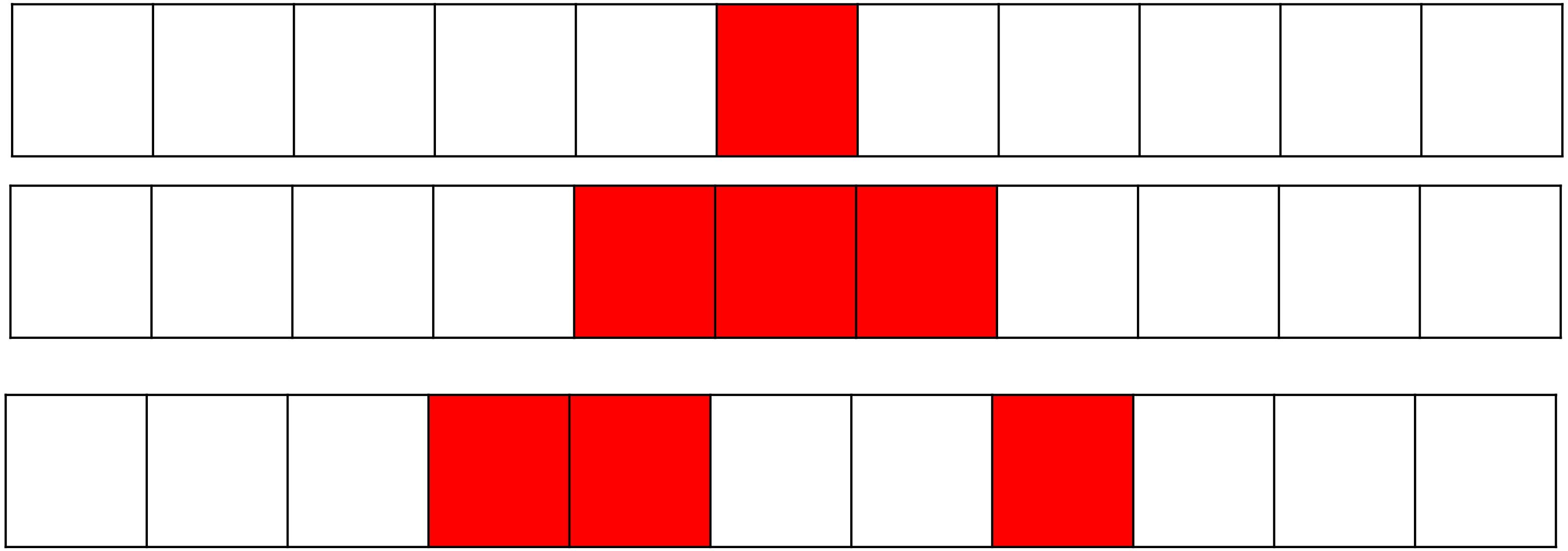
- L’automate cellulaire le plus simple :
- consiste en une grille unidimensionnelle
- de cellules ne pouvant prendre que deux états (0 ou 1),
- Pou ce cas (chacune des cellules pouvant prendre deux états), il existe 2^3 de configurations possibles pour ce voisinage.
- Pour que le fonctionnement de cet exemple (pour la définition d’une génération suivante), on propose les règles de transition suivante:

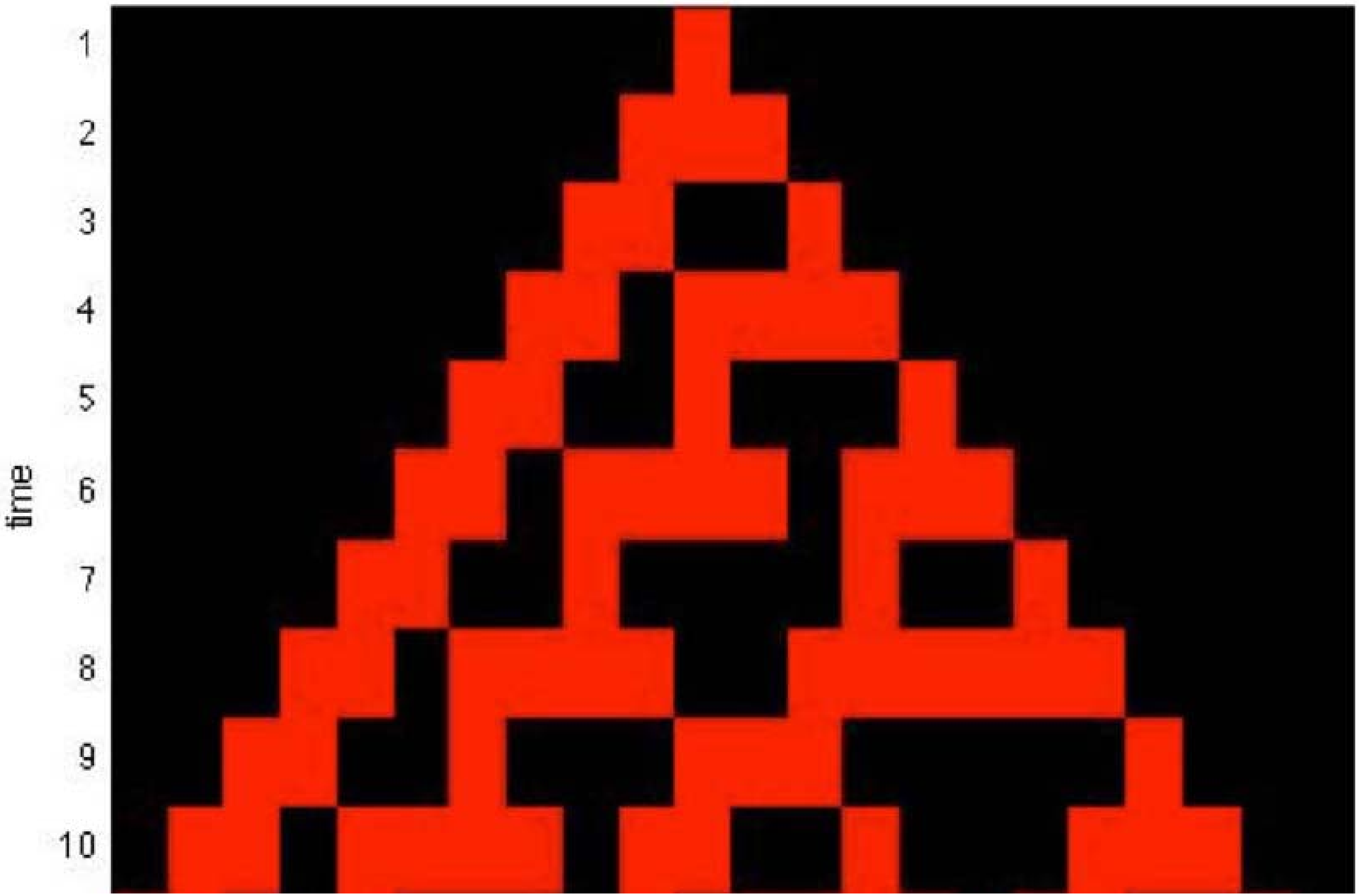
Automate cellulaire unidimensionnel (2)

$x_{i-1}(t)$	$x_i(t)$	$x_{i+1}(t)$	$x_i(t+1)$
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

- Exemple:
- Grille 11*1 dont la génération 1:



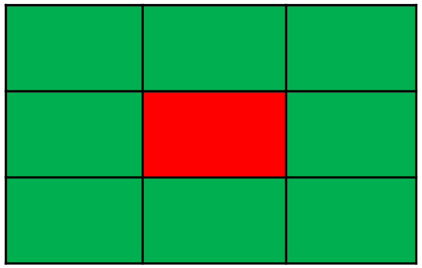



time
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Automate cellulaire bidimensionnel (1)

- Exemple: Le Jeu de la vie
- Crée par John Horton Conway en 1970 (probablement le plus connu de tous les AC):

1. Dimension = 2
2. Etats: chaque cellule peut prendre: X = {0 , 1}
3. Voisinage: les huit cellules qui entourent la cellule en question



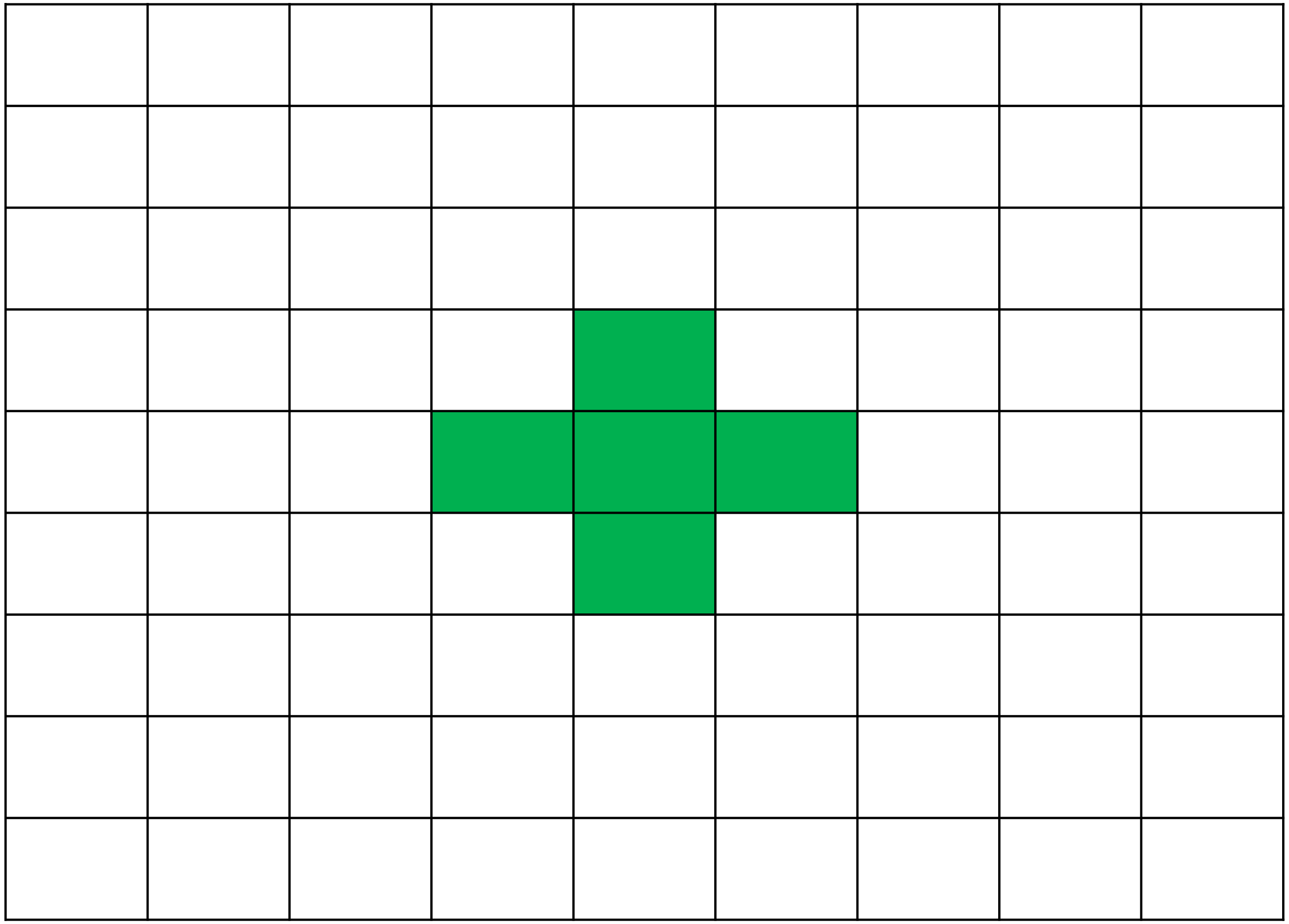
Automate cellulaire bidimensionnel (2)

4. Règles de transition:

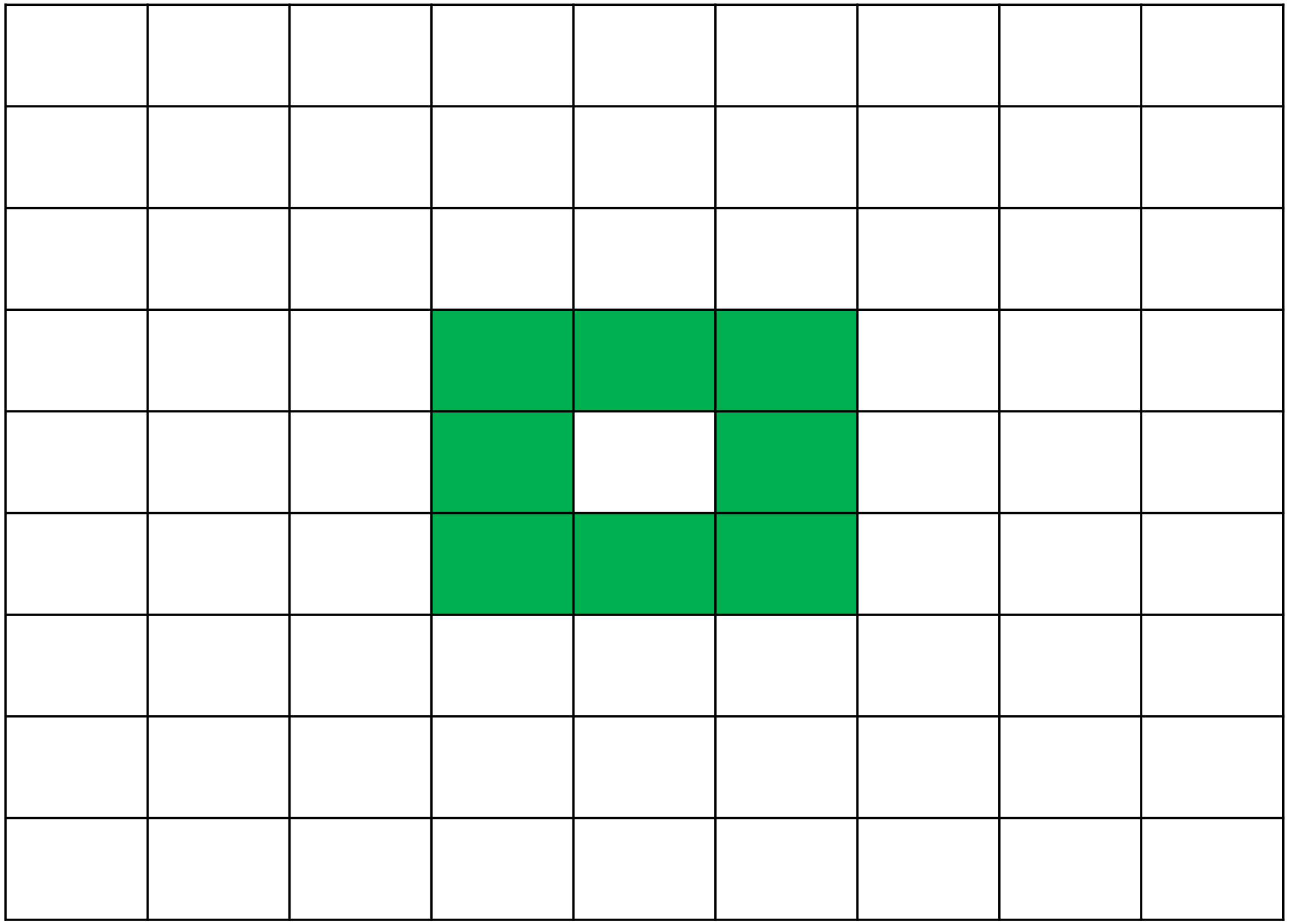
- Si une cellule = 1 et entourée par 2 ou 3 cellules = 1, elle reste = 1 à la génération suivante, sinon, elle devient = 0
- Si la cellule = 0 et entourée par exactement 3 cellules = 1, elle devient = 1 à la génération suivante
- Dans tous les cas qui restent, les cellules restent ou devient = 0

- NB. Les règles de transition doivent traitées tous les cas possible

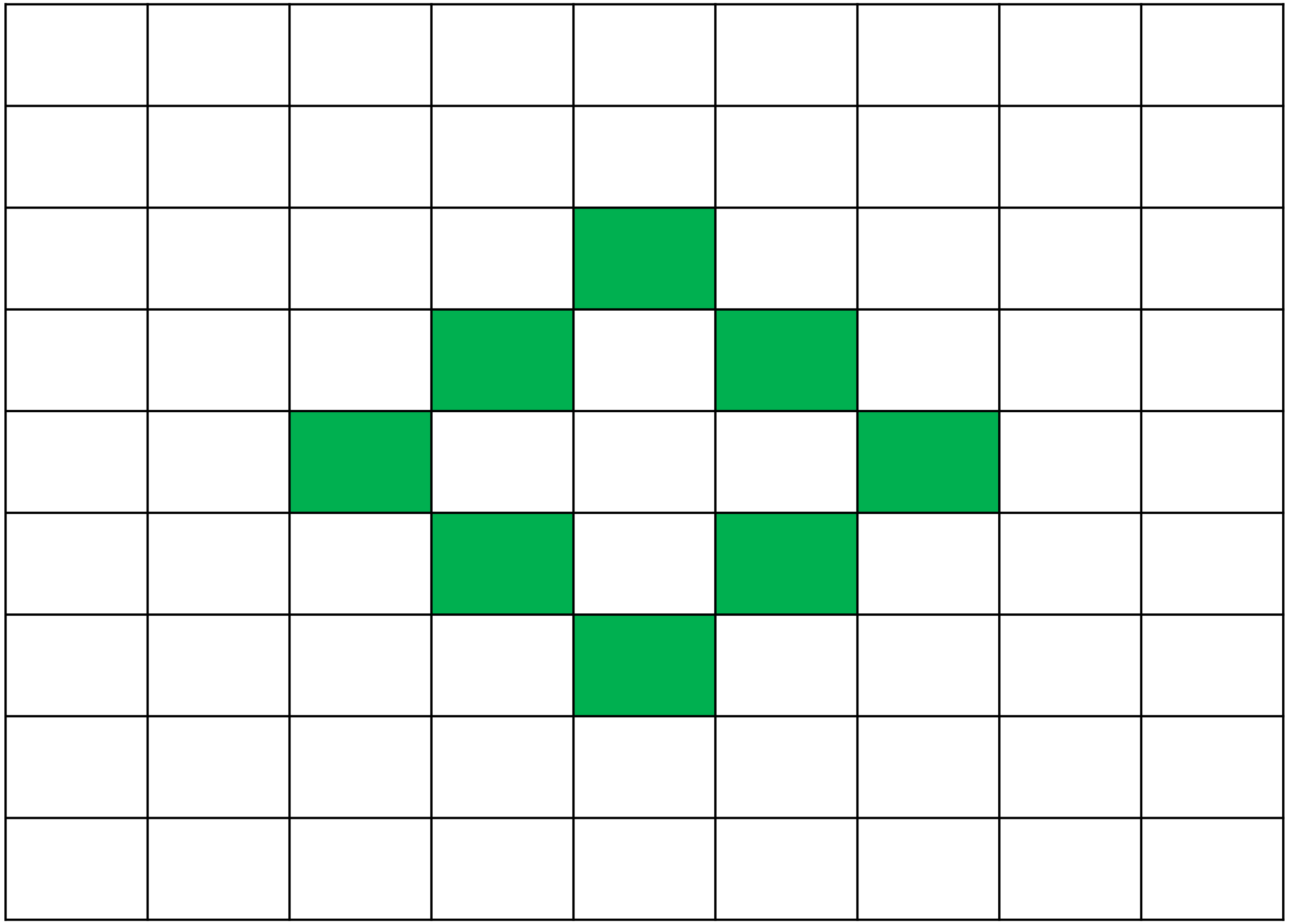
Si on prend comme génération 1:



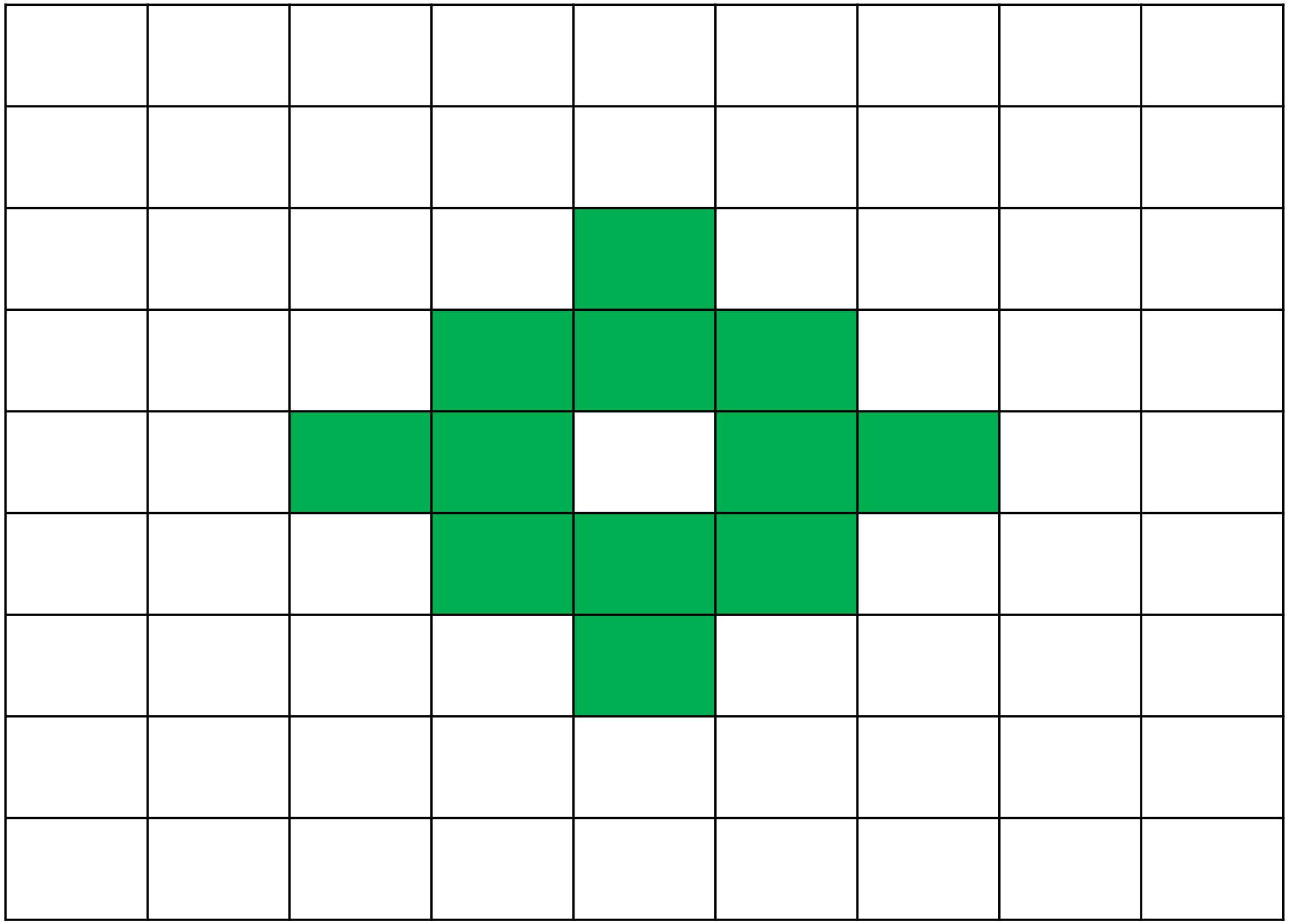
Génération 2:



Génération 3:

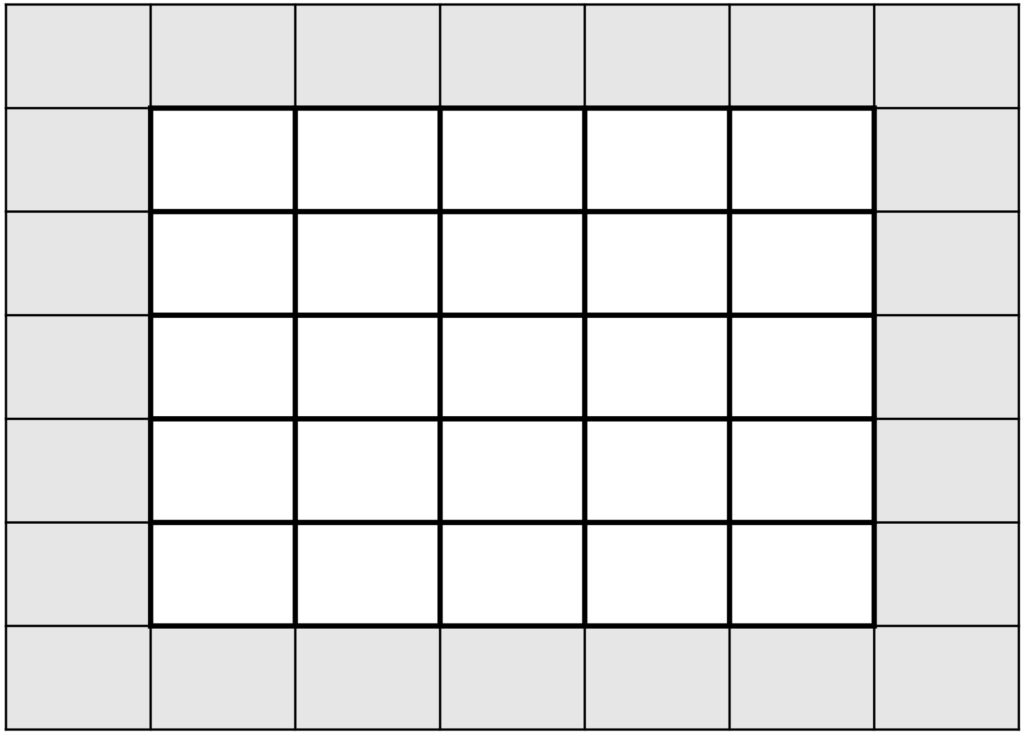


Génération 4:



Cas particulier: évolution des cellules frontalières d’un AC

- On détermine une configuration initiale (états initiaux) par défaut des cellules qui entourent les cellules frontalières



Caractéristiques des automates cellulaires

1. Le parallélisme: évolution simultanée des états de cellules
2. La localité: le nouvel état d’une cellule ne dépond que de son état actuel et de l’état de son voisinage
3. L’homogénéité: les mêmes règles de transition sont appliquées sur toutes les cellules

Types des automates cellulaires (1)

- Selon la dimension:
- On peut distinguer les AC selon le nombre de dimensions

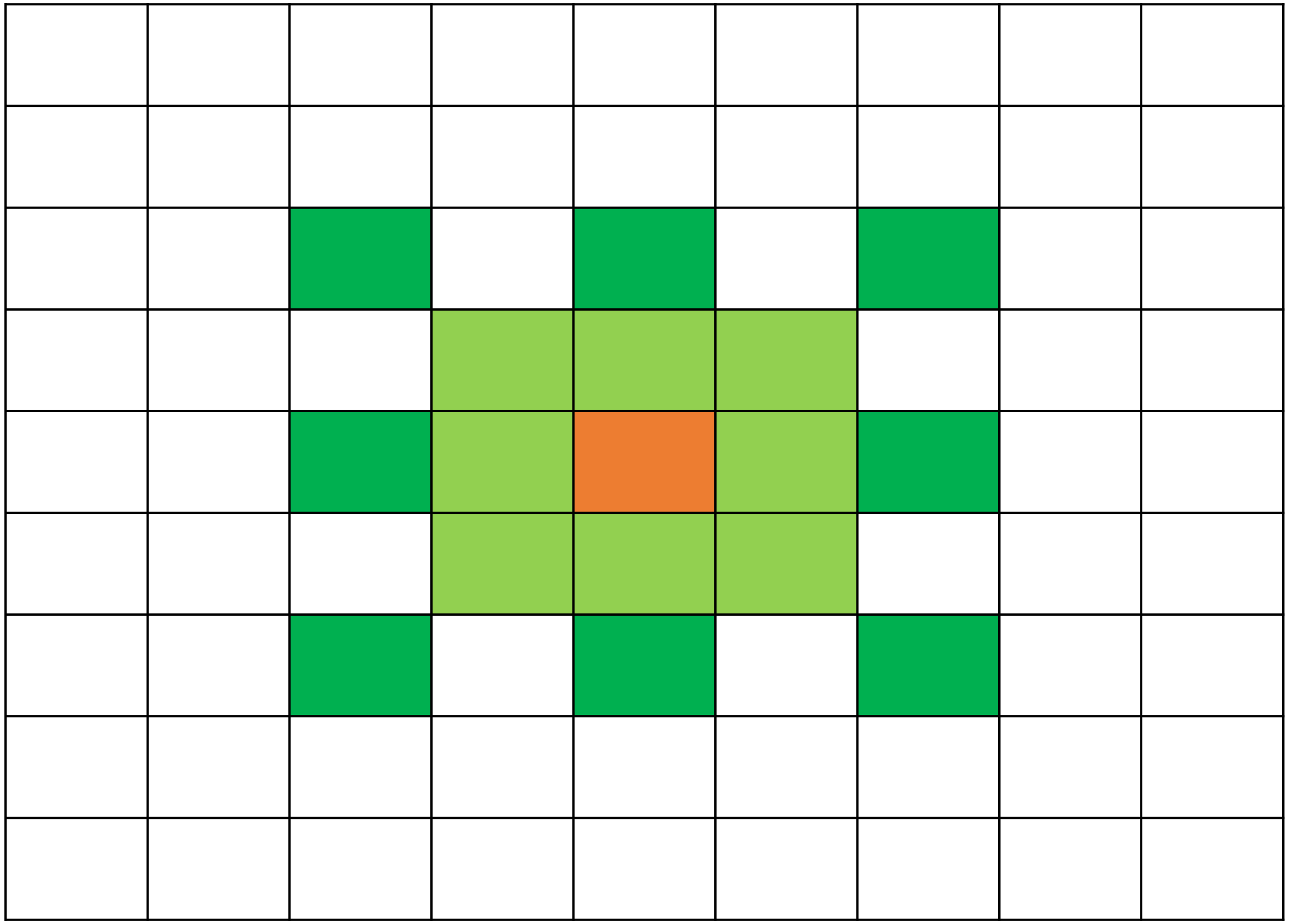
1. automate cellulaire à une dimension
2. automate cellulaire à deux dimensions
3. automate cellulaire à trois dimensions

Types des automates cellulaires (2)

- Selon le voisinage:
- On peut distinguer les AC selon la détermination du voisinage, on a les voisinage:

1. Von Neumann: On prend seulement les quatre voisins: Nord/Sud/Est/Ouest
2. Moore: on ajoute au voisinage de Von Neumann les diagonales (ça donne 8 cellules)
3. Moore étendu : on étend le voisinage de Moore au delà de 1
4. Margolus: on considère des ensemble de 2x2 éventuellement alternés

Voisinage de Margolus



Types des automates cellulaires (2)

- Selon les états:
- On définit d’ensemble des états

- Selon les règles de transition:
- On définit des règles de transition