

# Modélisation et Simulation

## Chapitre 5:

### Les outils probabilistes de modélisation pour la simulation des systèmes dynamiques: Le théorème de Bayes et l'état de croyance

Cours Master 1 GLSD

2019/2020

Pr. Salim BITAM

Département d'Informatique, Université de Biskra

07000 Biskra, Algérie

# Le théorème de Bayes et l'état de croyance

# Le théorème de Bayes: Idée

- Utilisation de la théorie des probabilités par un décideur pour :
- Apprendre automatiquement,
- Raisonner,
- Prendre des décisions,
- dans un domaine incertain,
- À partir d'un ensemble de perceptions.

# Définition

- L'approche bayésienne est une approche basée sur la théorie des probabilités
- Qui aide à intégrer des incertitudes sur l'état d'un système
- Pour contribuer à prendre une décision
- Les probabilités peuvent représentées un degré de croyance pour le décideur

# Domaines d'application

- Diagnostic médical (diagnostic des maladies),
- Systèmes industriels (détection des situations anormales),
- Détection et suivi d'objets dans une image ou une vidéo,
- Contrôle et suivi du mouvement des véhicules
- Etc.

# Le théorème de Bayes: formalisme

- Soit l'ensemble  $X = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  un système complet d'états (dites aussi d'événements)
- Quelque soit l'événement  $B$  tel que :

$P(B) \neq 0$  alors:

$$P(A_i / B) = [P(B/A_i) * P(A_i)] / [(P(B/A_1)*P(A_1))+...+(P(B/A_n)*P(A_n))]$$

$$= \frac{P(B/A_i) * P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B/A_n) * P(A_n)}$$

Formule de Bayes

# Exemple (1)

- Soit  $P$  une population de 100 habitants
- $A$ : un habitant est atteint d'une méningite
- Après un diagnostic médical: (un événement  $B$ ), résultat:
- $B$  : a un mal à la nuque
- $\bar{B}$ : n'a pas un mal à la nuque

## Exemple (2)

- On a aussi les statistiques suivantes:
- Avant le diagnostic (théoriquement ou a priori), on a 1/100 de la population qui peuvent atteindre la méningite :  $(P(A) = 0.01)$
- Si l'habitant A a une méningite , on est sûr de 80% qu'il avait un mal à la nuque :  $(P(B/A) = 0.8 )$
- Si l'habitant A n'a pas une méningite , on est sûr de 10% qu'il a un mal à la nuque :  $(P(B/\bar{A}) = 0.1 )$



## Exemple (3)

- On soumet l'habitant A au diagnostic,
- Exemple: le diagnostic montre qu'a un mal à la nuque B = positif

Question: Quelle est la probabilité que ce patient A soit atteint d'une méningite?  $P(A/B)$ ?

Selon le théorème de Bayes:

$$P(A_i / B) = \frac{P(B/A_i) * P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B/A_n) * P(A_n)}$$

$$P(A / B) = [P(B/A) * P(A)] / [(P(B/A)*P(A)) + (P(B/\bar{A})*P(\bar{A}))]$$

$$= [0.8 * 0.01] / [(0.8 * 0.01)+(0.1 * 0.99)] = 0,008 / (0,008+0,099)= 0.0747 \text{ (soit 7.47\%)}$$

# Interprétation

- A partir de la connaissance sur la causalité  $P(B/A)$  et sur la base de la probabilité théorique (a priori)  $P(A)$ ,
- => on peut prévoir (dans cet état incertain) une sortie (une conséquence ou un état de croyance) sur un cas (ex. cas de diagnostic).