

Simulation

Chapitre 3:

Les outils déterministes de modélisation pour simulation des systèmes dynamiques

Cours Master 1 GLSD

2019/2020

Pr. Salim BITAM

Département d'Informatique, Université de Biskra

07000 Biskra, Algérie

Contenu du chapitre ...

- Les automate à états finis
- Les automates cellulaires

Automate à états finis (1)

- Un automate:
- **Définition.** Un **automate** est un système dynamique invariant à temps discret et avec un espace d'état discret, où les ensembles d'entrée et de sortie sont finis.
- **Définition.** Un **automate à états finis (AEF)** est un automate avec un espace d'état fini.
- Dans ce qui va suivre, nous nous considérerons que des automates à états finis.

Automate à états finis (2)

- Un automate à états finis est suggéré pour modéliser les systèmes dynamiques, invariants, à temps discret, déterministes dont ce système est considéré comme une **entité globale** qui change d'**états** de **manière séquentielle**,
- La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie d'un **automate à états finis** (peuvent prendre les formes réduites suivantes):
 - $x(t+1) = \varphi(x(t), u(t))$
 - $y(t) = \eta(x(t))$

Automate à états finis (3)

- **Représentation** de la fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie d'un **automate à états finis**:

Par tableaux ou par Graphes:

- **Représentation par tableaux:**
- **Exemple:**
- Soit un AEF dont :

$$X = \{x1, x2\}$$

$$U = \{u1, u2\}$$

$$Y = \{y1, y2\}$$

Automate à états finis (4)

- La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie sont représentées par les deux tableaux suivants:

$x \backslash u$	$u^{(1)}$	$u^{(2)}$
$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(1)}$
$x^{(2)}$	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$

φ

$x(t)$	$y(t)$
$x^{(1)}$	$y^{(1)}$
$x^{(2)}$	$y^{(2)}$

η

Automate à états finis (5)

- Représentation par Graphes:

- Exemple:

- Soit un AEF dont :

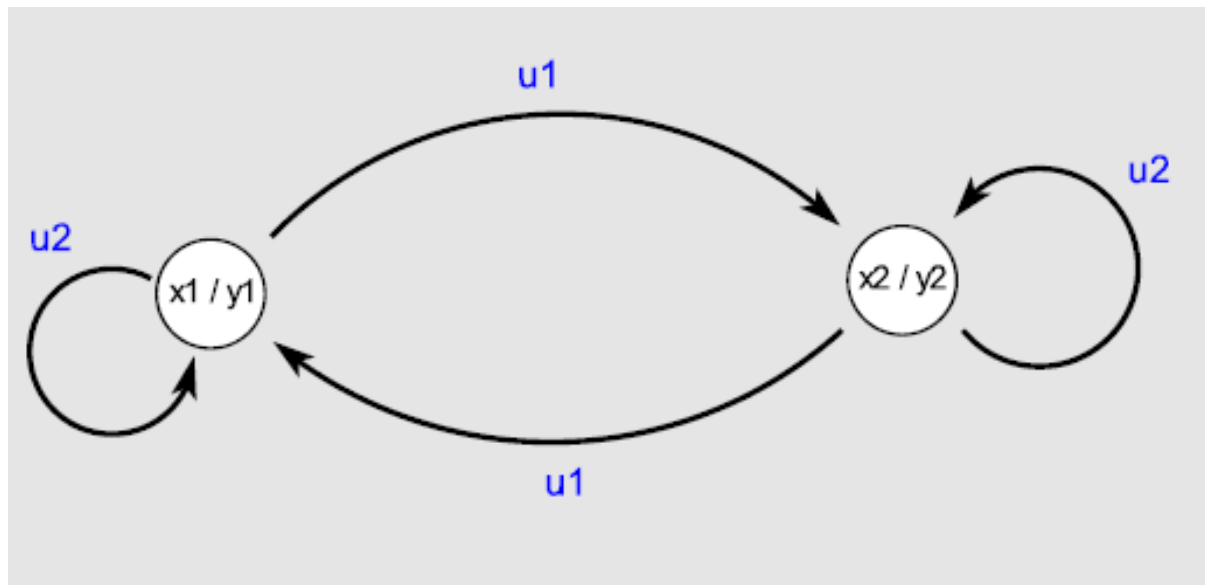
$$X = \{x1, x2\}$$

$$U = \{u1, u2\}$$

$$Y = \{y1, y2\}$$

Automate à états finis (6)

- La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie sont représentées par le graphe suivant:



Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (1)

- Exemple:
- On considère un système d'éclairage formé de deux lampes L1 et L2,
- Ce système dynamique est contrôlé par un interrupteur qui peut prendre deux positions P1/P2,
- Ce système fonctionne comme le suivant:
- Une fois l'interrupteur est fonctionné tandis qu'une lampe est allumée, alors cette lampe est éteinte,

Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (2)

- Puis, si l'interrupteur est fonctionné à nouveau, la deuxième lampe est allumée,
- Si, par la suite, l'interrupteur est fonctionné pour la 3^{ème} fois, la deuxième lampe est éteinte,
- Pour un 4^{ème} fonctionnement de l'interrupteur, la 2^{ème} lampe est allumée et ainsi de suite,

Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (3)

- Modélisation de ce système:

1. Le type de système et l'ensemble Temps:

Ce système est un système à temps discret synchrone

On prend: $T = \{0, 1, 2, 3, \dots, \}$

2. L'entrée : l'interrupteur; $U = \{u_1=P_1, u_2=P_2\}$

3. La fonction d'entrée peut prendre, la exemple la forme:

$u(.) = P_1 P_2 P_2 P_1 P_1 P_1 P_2 P_1$

t	0	1	2	3	4	5	6	7
u(t)	P1	P2	P2	P1	P1	P1	P2	P1

Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (4)

4. La sortie: situation donnée par les lampes

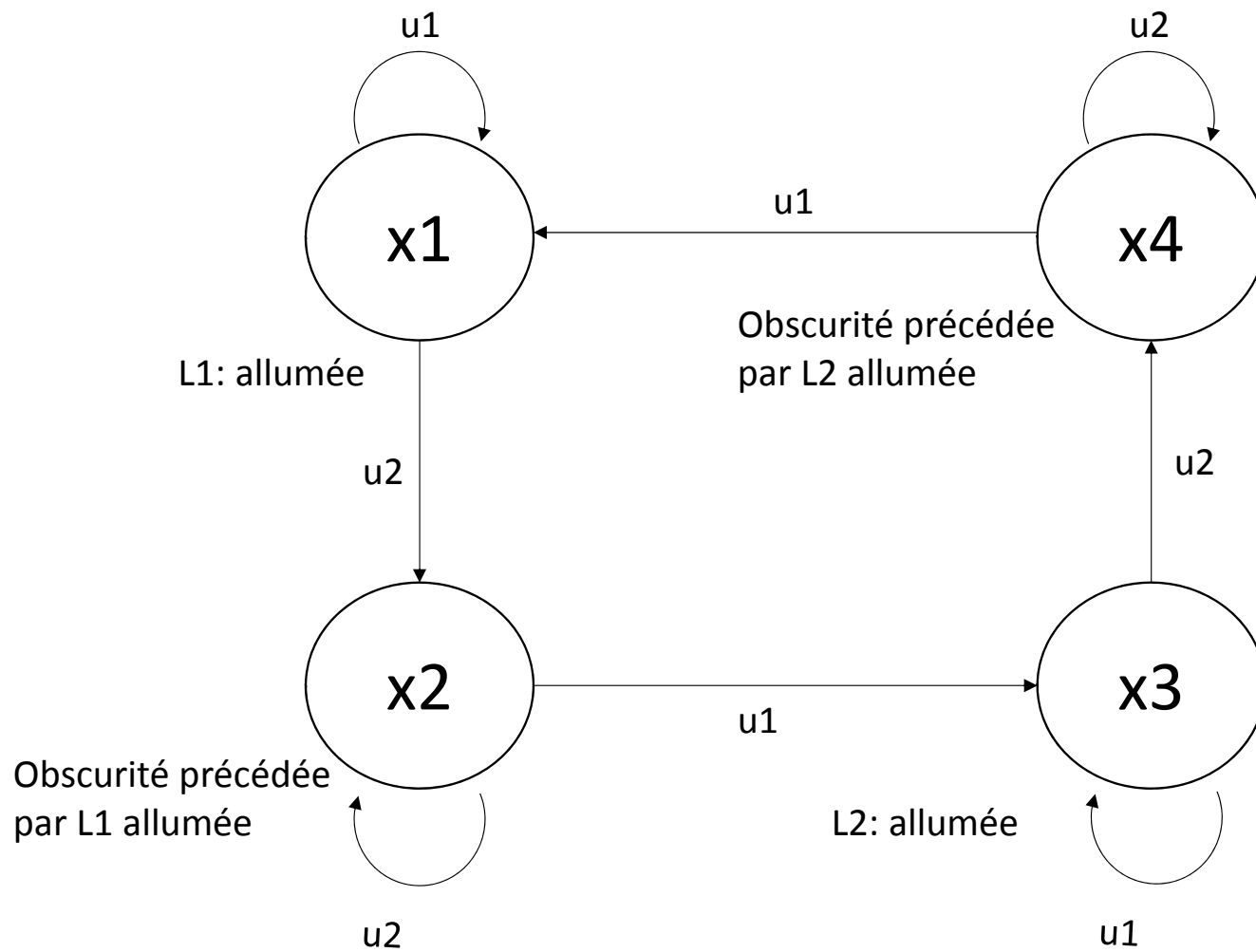
$Y = \{y1=L1_allumée, y2=L2_allumée, y3=obscurité\}$

5. L'état du système:

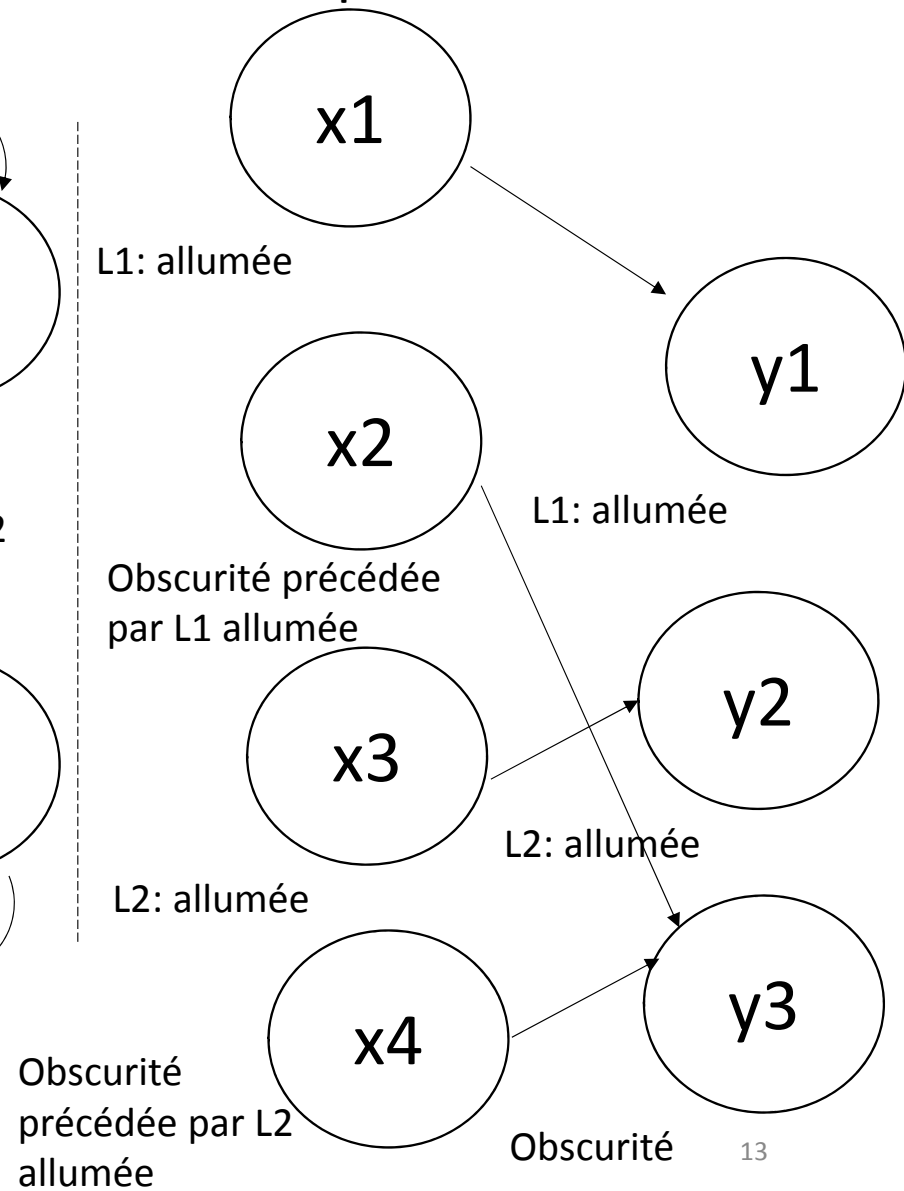
$X = \{x1=L1_allumée, x2=L2_allumée, x3=obscurité\}$ précédée par L1_allumée, $x4= obscurité$ précédée par L2_allumée}

6. La fonction de transition d'état et la fonction de transformation de sortie sont représentées par le graphe de transition d'état et le graphe de transformation de sortie suivants:

Graphe de Transition d'état



Graphe de Transformation de sortie



Modélisation pour simulation d'un système dynamique par un AEF (4)

Utilité de ce modèle : (prévoir une situation future)

Question:

Si on fixe l'état initial : $t=0, x(t=0) = x_1$

Et si on prend la fonction d'entrée suivante: $u(.) = u_1 \ u_2 \ u_2$

Que sera-il l'état et la sortie du système à l'instant $t = 3$?

$$\begin{aligned}
x(t=3) &= \varphi(x(t=2), u(t=2)) = \varphi(\varphi(x(t=1), u(t=1)), u(t=2)) \\
&= \varphi(\varphi(\varphi(x(t=0), u(t=0)), u(t=1)), u(t=2)) \\
&= \varphi(\varphi(\mathbf{x1}, \mathbf{u1}), u(t=1)), u(t=2)) \\
&= \varphi(\varphi(\mathbf{x1}, \mathbf{u2}), u(t=2)) \\
&= \varphi(\mathbf{x2}, \mathbf{u2}) \\
&= \mathbf{x2} \text{ (état d'obscurité précédée par L1 allumée)}
\end{aligned}$$

- La sortie est:
- $y(t=3) = \eta(x(t=3)) = \eta(x2) = \mathbf{y3}$ (situation d'obscurité)

Les automates cellulaires (1)

- Un automate cellulaire est un système dynamique à temps discret synchrone caractérisé par un nombre fini de **cellules** disposés sur une **grille**.
- À chaque instant donné t , chaque cellule prend sa valeur (son état) $x(t)$ dans un ensemble fini d'états X .
- Cette valeur de la cellule (son état) est prise en fonction de :

Les automates cellulaires (2)

1. Son état précédent $x(t-1)$
2. Et, les valeurs des états d'un nombre fini cellules qui sont situées à proximité de la cellule ; ce nombre fini de cellules est appelé le **voisinage** de la cellule en cours.
3. changement d'état de la cellule est effectué sur la base d'un ensemble de règles, appelées les **règles de transition**.

Les automates cellulaires (3)

4. À chaque instant donné t , les mêmes règles sont appliquées pour toutes les cellules de la grille, produisant une nouvelle **génération** de cellules dépendant entièrement de la génération précédente.
5. Au début ($t=0$), on parle de la génération initiale (ou 1^{ère} génération)
 - NB. Dans un automate cellulaire, aucune entrée n'est présente.

Les automates cellulaires (3)

- Un automate cellulaire est suggéré pour modéliser les systèmes dynamiques, invariants, à temps discret, déterministes dont ce système est composé d'un **ensemble** d'entités dont chacune change son **état** de en fonction de son état actuel et les états des cellules qui l'entourent (les cellules voisines),

Les automates cellulaires (4)

- Le fonctionnement des AC est de manière discret
- Ceci signifie: A chaque instant t (à la génération t), chaque cellule examine son voisinage et détermine son état futur
- A chaque instant t , le changement des états des cellules est **simultané**,

Domaines d'application

- Simulation de phénomènes spatio-temporels dans la: physique, chimie, biologie, ingénierie, sociologie, traitement d'image, etc.
- Exemple:
- Propagation des feux dans une forêt
- Propagation des maladies
- Propagation des gaz
- Transport urbain
- Formation des groupes sociaux

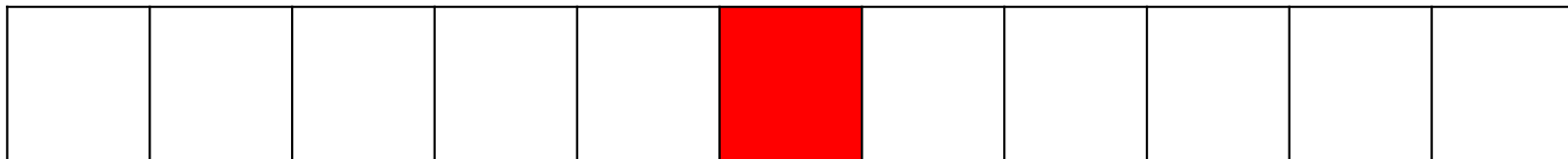
Automate cellulaire unidimensionnel (1)

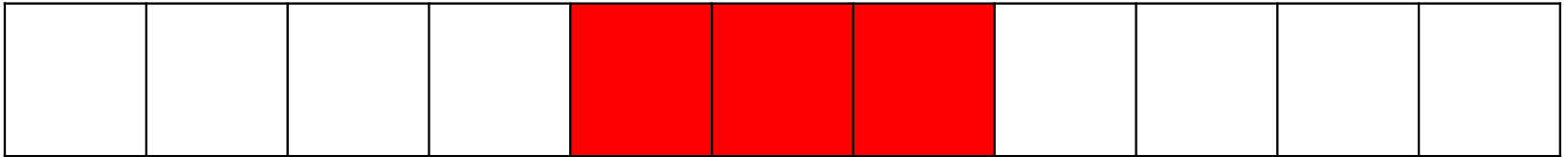
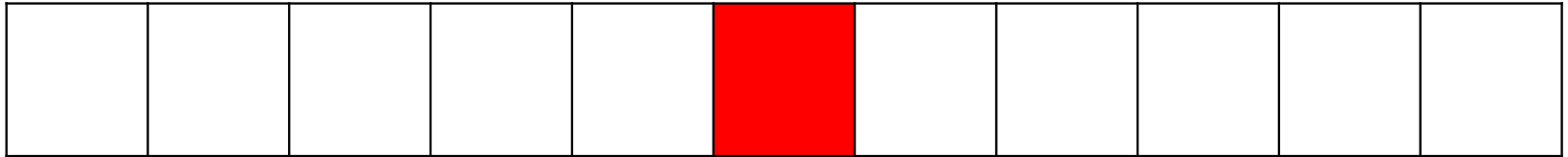
- L'automate cellulaire le plus simple :
- consiste en une grille unidimensionnelle
- de cellules ne pouvant prendre que deux états (0 ou 1),
- Pour ce cas (chacune des cellules pouvant prendre deux états), il existe 2^3 de configurations possibles pour ce voisinage.
- Pour que le fonctionnement de cet exemple (pour la définition d'une génération suivante), on propose les règles de transition suivante:

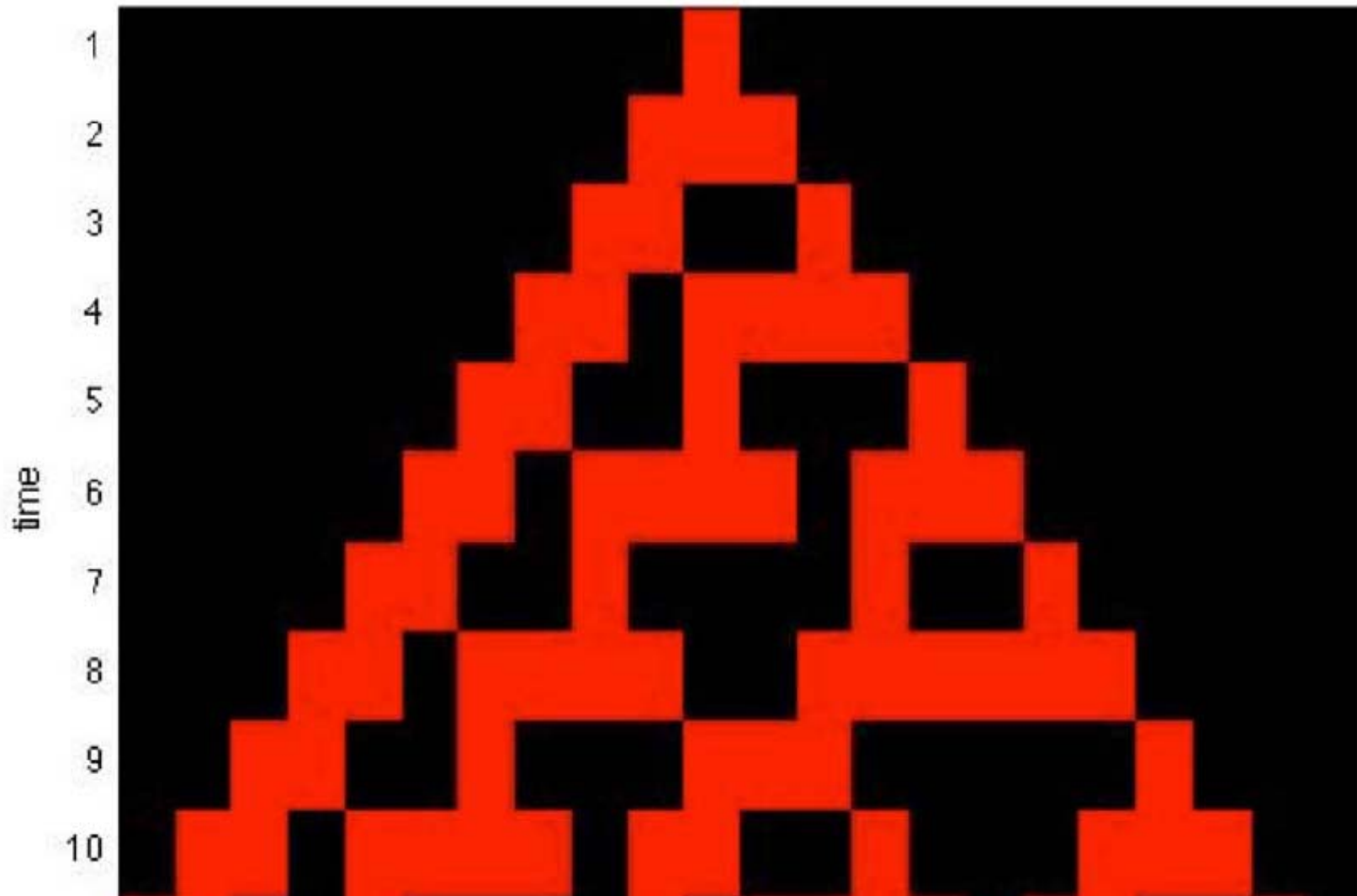
Automate cellulaire unidimensionnel (2)

$x_{i-1}(t)$	$x_i(t)$	$x_{i+1}(t)$	$x_i(t+1)$
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

- Exemple:
- Grille 11*1 dont la génération 1:

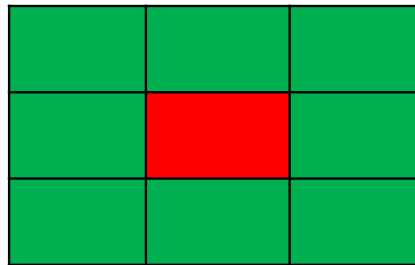






Automate cellulaire bidimensionnel (1)

- Exemple: Le Jeu de la vie
- Créé par John Horton Conway en 1970 (probablement le plus connu de tous les AC):
 1. Dimension = 2
 2. Etats: chaque cellule peut prendre: $X = \{0, 1\}$
 3. Voisinage: les huit cellules qui entourent la cellule en question

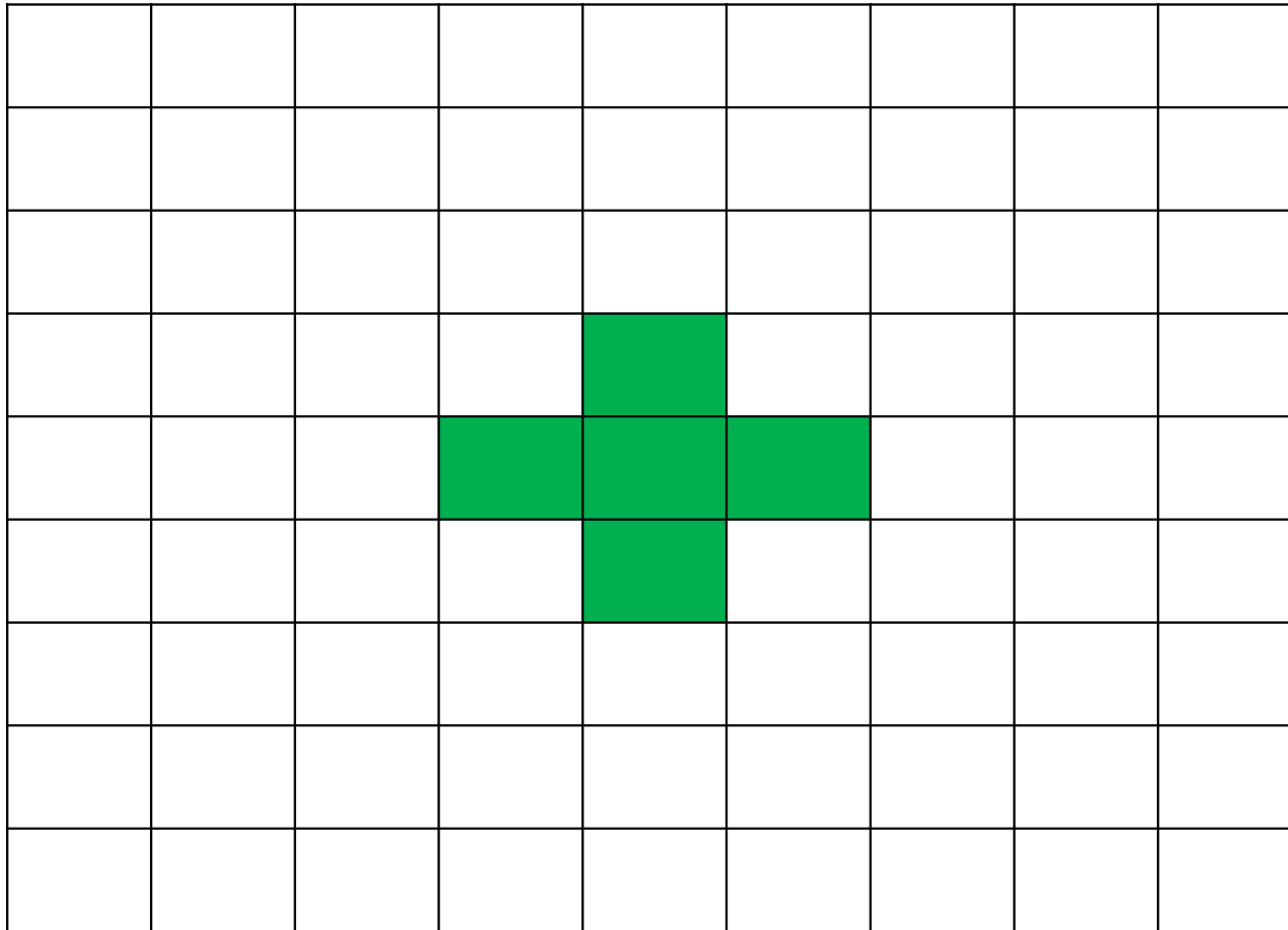


Automate cellulaire bidimensionnel (2)

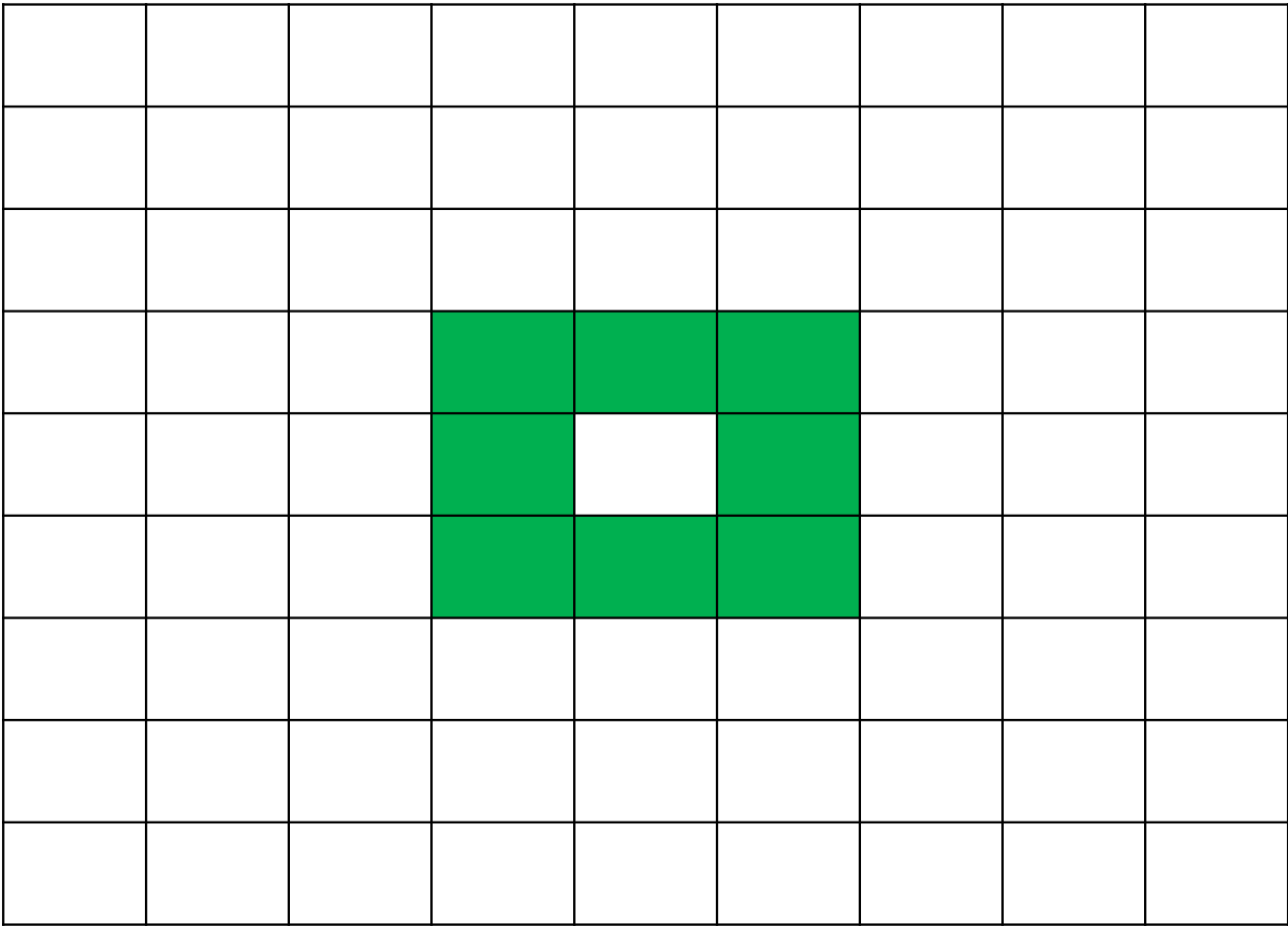
4. Règles de transition:

- Si une cellule = 1 et entourée par 2 ou 3 cellules = 1, elle reste = 1 à la génération suivante, sinon, elle devient = 0
- Si la cellule = 0 et entourée par exactement 3 cellules = 1, elle devient = 1 à la génération suivante
- Dans tous les cas qui restent, les cellules restent ou devient = 0
- NB. Les règles de transition doivent traitées tous les cas possible

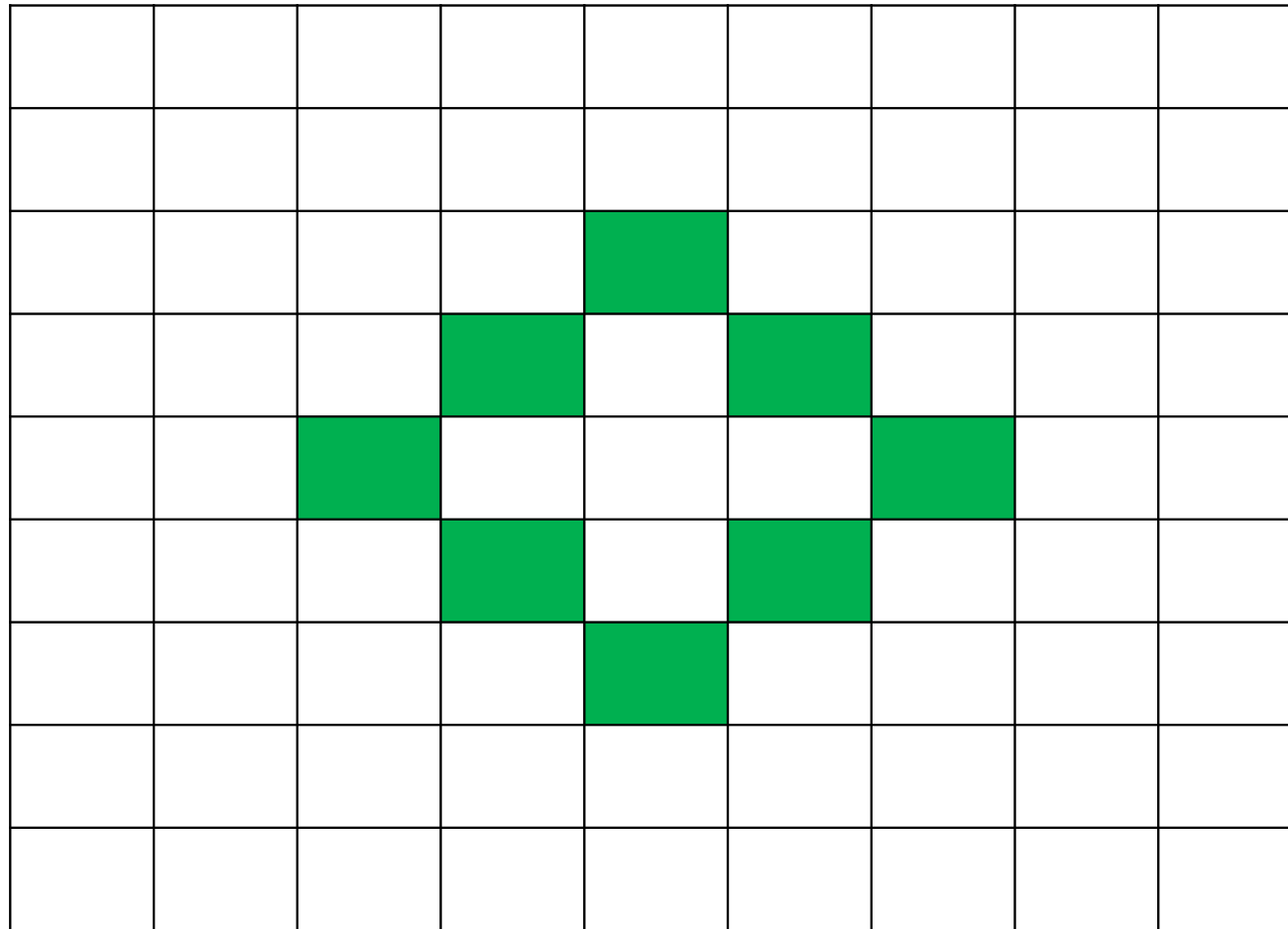
Si on prend comme génération 1:



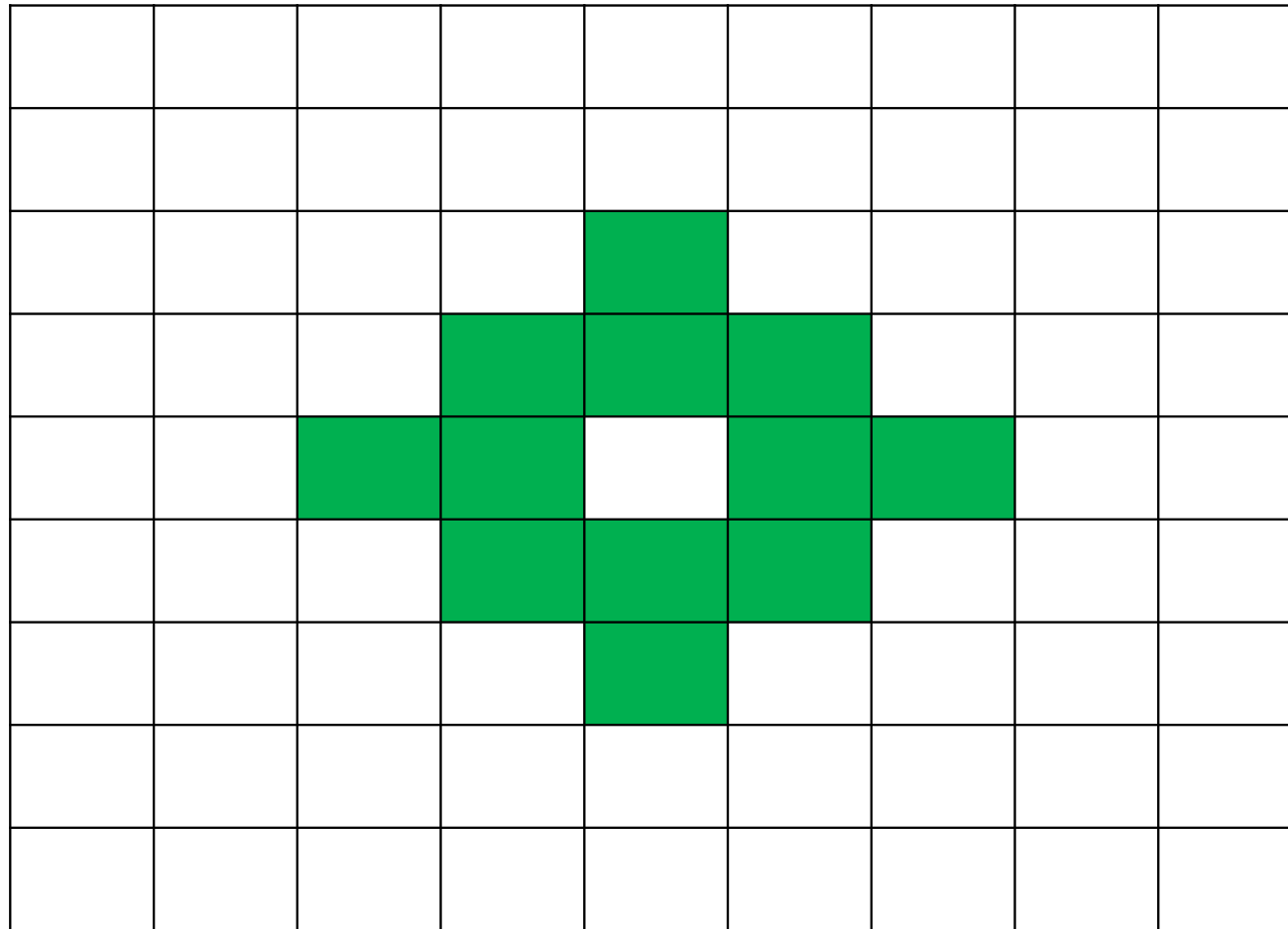
Génération 2:



Génération 3:

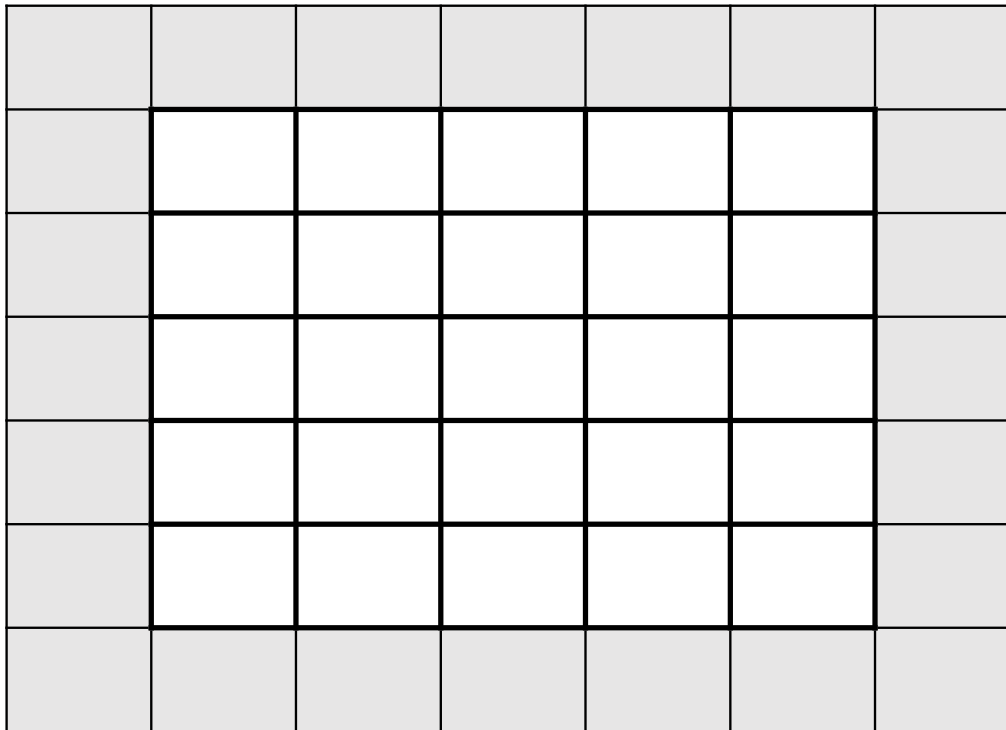


Génération 4:



Cas particulier: évolution des cellules frontalières d'un AC

- On détermine une configuration initiale (états initiaux) par défaut des cellules qui entourent les cellules frontalières



Caractéristiques des automates cellulaires

1. Le **parallélisme**: évolution simultanée des états de cellules
2. La **localité**: le nouvel état d'une cellule ne dépend que de son état actuel et de l'état de son voisinage
3. L'**homogénéité**: les mêmes règles de transition sont appliquées sur toutes les cellules

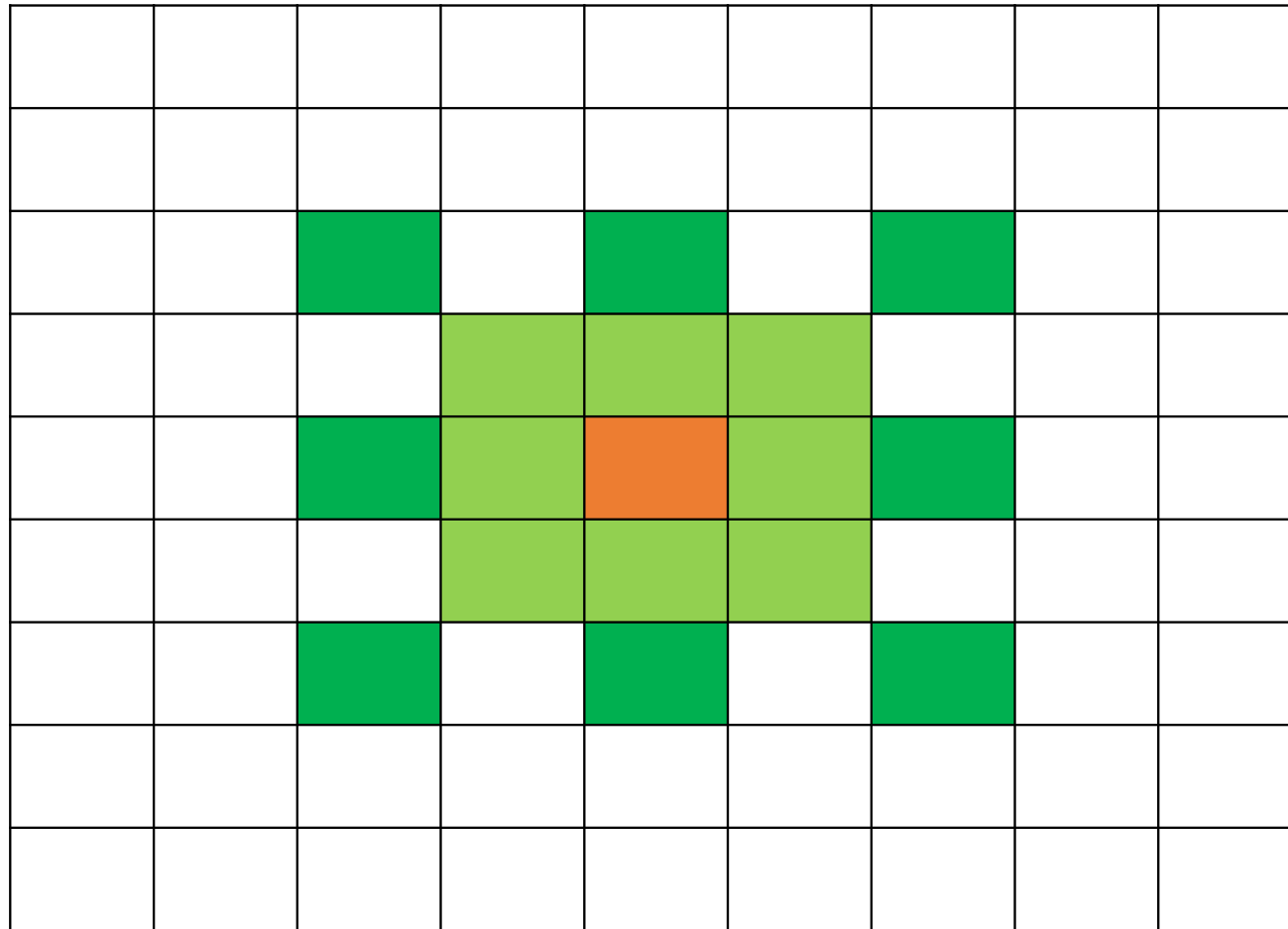
Types des automates cellulaires (1)

- Selon la dimension:
- On peut distinguer les AC selon le nombre de dimensions
 1. automate cellulaire à une dimension
 2. automate cellulaire à deux dimensions
 3. automate cellulaire à trois dimensions

Types des automates cellulaires (2)

- Selon le voisinage:
- On peut distinguer les AC selon la détermination du voisinage, on a les voisinage:
 1. Von Neumann: On prend seulement les quatre voisins:
Nord/Sud/Est/Ouest
 2. Moore: on ajoute au voisinage de Von Neumann les diagonales
(ça donne 8 cellules)
 3. Moore étendu : on étend le voisinage de Moore au delà de 1
 4. Margolus: on considère des ensemble de 2x2 éventuellement alternés

Voisinage de Margolus



Types des automates cellulaires (2)

- Selon les états:
 - On définit d'ensemble des états

- Selon les règles de transition:
 - On définit des règles de transition