

¹**Travaux dirigés N°2**
(Les Equations Différentielles)

1. **Principe de superposition:** Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes:

Exercice 1:(Equations linéaires homogènes du 1^{er} ordre)

$$1). \begin{cases} \dot{y} + 4y = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases} \quad 2). \begin{cases} x\dot{y} + (1+x)y = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad 3). \begin{cases} (1+x^2)\dot{y} - xy = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Exercice 2:(Equations linéaires non homogènes du 1^{er} ordre)

$$1). \begin{cases} x\dot{y} + y = 0 \\ y(2) = 0 \end{cases} \quad 2). \begin{cases} x\dot{y} - 2y = x^4 \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad 3). \begin{cases} \dot{y} - 2y = \frac{-2}{1 + \exp(-2x)} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$
$$4). \begin{cases} \dot{y} + y = x \exp(-x) \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad 5). \quad \dot{y} + 2y = x^2$$

Exercice 3: (Equations linéaires à variables séparées)

$$1). \begin{cases} 2x + y\dot{y} = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad 2). \begin{cases} \dot{y} = \frac{1-y}{1-2x} \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad 3). \begin{cases} (4-x^2)y\dot{y} = 2(1+y^2) \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

2. **Principe de la variation de la constante**

Exercice 4: Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle suivante:

$$(1+x^2)\dot{y} + 2xy = e^x + x.$$

DEVOIR A LA MAISON: (à rendre juste après les vacances).

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par:

$$f(x) = xsh\left(\frac{1}{x}\right)$$

- 1- Etudier la parité de f .
- 2- Etudier le comportement de f en $\pm\infty$, en 0.
- 3- Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R}^* et calculer sa dérivée.
- 4- Justifier que pour tout $y \geq 0$, $th(y) \leq y$.
- 5- En déduire le tableau de variations de f , puis tracer la courbe représentative de f .