Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des sciences exactes et sciences de la nature et de la vie
Département des sciences de la terre et de l'univers (STU)
Niveau: 1^{er} année liscence
Module: Mathématiques 2

Travaux dirigés N°3:[1]
(Calculs Matriciel)

Exercice 1: Cochez la (les) bonne(s) réponse(s)

1. Quelle est la taille de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 12 & 2 & 5 \\ 13 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? $a).2 \times 3$ $b).3 \times 4$ $c).3 \times 3$.

2. Quelle est l'entrée $(2,3)$ dans la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 10 & 7 & 4 \\ 16 & -1 & 12 \end{pmatrix}$? $a).6$ $b).4$ $c).16$.

3. Quelles sont les sommes qui peuvent être faites à partir des matrices suivantes?
   $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
   $a).A+A$ $b).A+B$ $c).A+C$ $d).A+D$ $e).B+D$

4. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 10 & -7 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -3 \\ 0 & 11 & 12 \end{pmatrix}$. Quel est $(A+B)$?
   $a). \begin{pmatrix} 6 & -5 & -1 \\ 2 & 21 & 5 \end{pmatrix}$, $b). \begin{pmatrix} 6 & -5 & 1 \\ 2 & 21 & 5 \end{pmatrix}$, $c). \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 2 & 21 & 5 \end{pmatrix}$, $d).$ $(A+B)$ est indéfini.

5. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ trouver la matrice $7A$?
   $a). \begin{pmatrix} 7 & 0 & 21 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, b). \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 14 & -7 & 14 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, c). \begin{pmatrix} 7 & 0 & 21 \\ 14 & -7 & 14 \\ 0 & 14 & 7 \end{pmatrix}$

6. Quelle matrice est la matrice associée au système linéaire suivant $\begin{cases} 3x+y+z+t=2 \\ x+y=1 \\ y-2t=7 \end{cases}$?
   $a). \left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 7 \end{array}\right]$, $b). \left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 7 \end{array}\right]$, $c). \left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 7 \end{array}\right]$

Exercice 2: Soient les matrices A, B, C, D et E . Determiner tout les produits matriciels possibles, les matrices carrées et les matrices symétriques:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

---

[1] Chargée de Cours: F. OUAAR

Exercice 3: Calculer le produit AB puis BA dans chaque cas. Que remarquez vous?

$a)$. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad b)$. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice 4:

- Déterminer une matrice triangulaire supérieure A telle que $A = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$, on donne $A^3 = \begin{pmatrix} 8 & -57 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$
- Trouver x pour que la matrice A soit symétrique ou $A = \begin{pmatrix} 4 & x+2 \\ 2x-3 & x+1 \end{pmatrix}$
- Trouver x, y et z pour que la matrice B soit symétrique ou $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & x \\ y & 5 & -3 \\ 4 & z & -7 \end{pmatrix}$

Exercice 5:

- Soit $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Montrer que $A^2 = 2I_3 - A$, en déduire que A est inversible et calculer A^{-1}.
- Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer $A^3 - A$. En déduire que A est inversible puis déterminer A^{-1}.
- Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer $A^2 - 3A + 2I_3$. En déduire que A est inversible puis déterminer A^{-1}.