

## Chapitre 3

# Représentation des systèmes asservis

### 3.1 Introduction

Le processus de développement d'un modèle mathématique constitue le lien entre la réalité et la théorie mathématique. Le modèle ne doit pas être trop simpliste au risque de ne pas représenter la réalité mais doit être suffisamment simple pour ne pas rendre inutilement complexes les étapes d'analyse des propriétés du système et de synthèse des régulateurs. La phase de modélisation est donc essentielle dans le processus d'analyse et de synthèse d'un système de commande. En Automatique, le modèle mathématique d'un système dynamique est défini comme un ensemble d'équations qui représentent le comportement dynamique du système avec la précision souhaitée. Le processus de modélisation consiste premièrement en l'identification du système et de ses composants élémentaires. Le modèle mathématique idéal est obtenu en écrivant les lois physiques régissant le comportement du système. Quelle que soit la nature physique du système à étudier, cette étape résulte en l'écriture des équations différentielles et algébriques (linéaires, non linéaires, à coefficients constants ou variant dans le temps) qui forment l'expression mathématique du comportement idéal du système. Un certain nombre d'hypothèses de travail sont ainsi formulées définissant la classe des modèles utilisés. L'ultime phase consiste alors à mettre en oeuvre des méthodes d'analyse permettant le passage de ces modèles mathématiques vers des modèles particulièrement dédiés à l'automatique.

En général, un système linéaire invariant peut être représenté par l'une des représentations suivantes:

- Représentation graphique: diagramme fonctionnel ou schéma bloc et graphe de fluence,
  - Représentation traduisant les relations entre les grandeurs d'entrée et les grandeurs de sortie: équations différentielles ordinaires, réponse impulsionnelle, réponse indicelle, réponse en fréquence, fonction de transfert et représentation d'état.
-

## 3.2 Représentation par des équations différentielles

La forme la plus utilisée pour la modélisation mathématique des systèmes consiste à décrire les relations liant les variables d'entrée et les variables de sortie par un système d'équations différentielles de la forme:

$$y^{(n)}(t) = f(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, \dot{y}(t), y(t), u^{(m)}(t), u^{(m-1)}(t), \dots, \dot{u}(t), u(t)) \quad (3.1)$$

ou  $y(t)$  est la sortie du système et  $u(t)$  son entrée.

Les équations différentielles décrivant la dynamique d'un système physique sont obtenues en utilisant les lois physiques régissant le fonctionnement du processus. Cette approche s'applique parfaitement aux systèmes électriques, mécaniques et thermodynamiques.

Du fait de la difficulté à les manipuler mathématiquement, les modèles à base d'équations différentielles sont très peu utilisés à l'exception dans des cas particuliers tels que les modèles linéaires invariants où l'on obtient un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Le comportement des systèmes linéaires invariants peut être décrit par des d'équations différentielles linéaires à coefficients constants:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t) \quad (3.2)$$

avec  $n \geq m$  à cause de la causalité et les coefficients  $a_i, i = 0, 1, \dots, n$  et  $b_i, i = 0, 1, \dots, m$  sont constants. L'étude du comportement en utilisant les équations différentielles est très difficile puisque le comportement du système dépend des conditions initiales et il est prohibitif d'analyser le comportement du systèmes pour toutes les conditions initiales. L'application de la transformée de Laplace est l'alternative proposée pour surpasser cette difficulté.

## 3.3 Fonction de transfert d'un système

Considérons le système linéaire invariant régi par l'équation différentielle suivante:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t) \quad (3.3)$$

ou  $y(t)$  est la sortie du système et  $u(t)$  son entrée.

En appliquant la transformée de Laplace et en supposant les conditions initiales nulles, l'équation différentielle 3.3 s'écrit:

$$a_n p^n Y(p) + a_{n-1} p^{n-1} Y(p) + \dots + a_1 p Y(p) + a_0 Y(p) = b_m p^m U(p) + b_{m-1} p^{m-1} U(p) + \dots + b_1 p U(p) + b_0 U(p) \quad (3.4)$$

soit:

$$[a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0] Y(p) = [b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0] U(p) \quad (3.5)$$

d'où:

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (3.6)$$

Cette fraction rationnelle de deux polynômes de la variable complexe  $p$  est appelée fonction de transfert du système et communément notée:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (3.7)$$

La fonction de transfert d'un système linéaire invariant est le rapport entre la transformée de Laplace de sa sortie sur la transformée de Laplace de son entrée pour des conditions initiales nulles.

Le concept de fonction de transfert est limité aux systèmes linéaires invariants.

1. La fonction de transfert d'un système est un modèle mathématique c'est-à-dire une méthode opérationnelle de l'expression de l'équation différentielle reliant la sortie du système à son entrée.
2. La fonction de transfert est une propriété du système et elle est indépendante de l'amplitude et de la nature de l'entrée.
3. La fonction de transfert comporte les éléments nécessaires pour relier l'entrée à la sortie; cependant elle ne fournit aucune information concernant la structure physique du système. Les fonction de transfert de systèmes physiques différents peuvent être identiques.
4. Si la fonction de transfert d'un système est connue, la sortie ou la réponse peut être étudiée pour différentes formes d'entrées dans le but de comprendre la nature du système.
5. Si la fonction de transfert d'un système est inconnue, elle peut être déterminée expérimentalement par l'application des signaux d'entrée connus et l'analyse de la sortie du système. Une fois déterminée, la fonction de transfert donne une description complète des caractéristiques dynamiques du système.

**Exemple 3.1.** Considérons le circuit électrique présenté sur la figure 3.1.

---

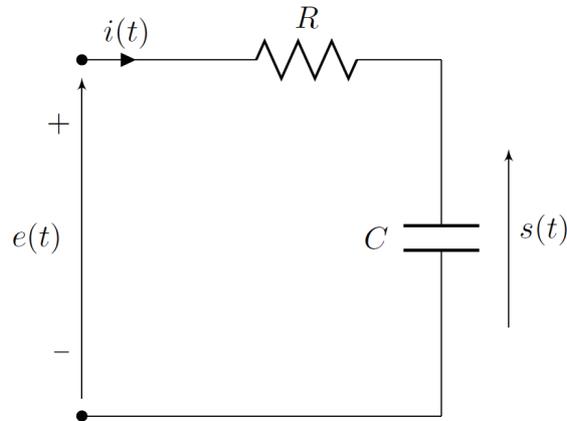


FIGURE 3.1 – Circuit RC

$$e(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t)dt \Rightarrow E(p) = RI(p) + \frac{1}{Cp}I(p) = \frac{RCp + 1}{Cp} \cdot I(p)$$

$$s(t) = \frac{1}{C} \int i(t)dt \Rightarrow S(p) = \frac{1}{Cp} \cdot I(p)$$

alors

$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{1}{Cp}}{\frac{RCp+1}{Cp}} = \frac{1}{RCp + 1}$$

**Exemple 3.2.** Soit le système mécanique masse-ressort-amortisseur représenté par la figure 3.2

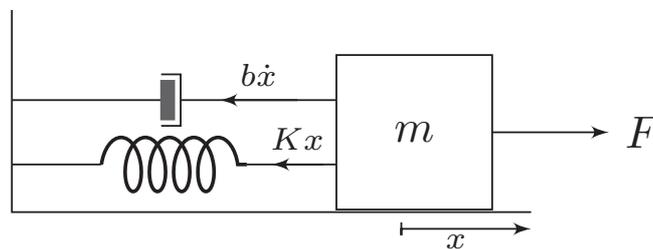


FIGURE 3.2 – Système masse-ressort

La loi fondamentale de la dynamique:

$$m\ddot{x} = \sum \vec{F}$$

Alors

$$m\ddot{x} = F - Kx - b\dot{x}$$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + Kx = F$$

En appliquant la transformée de Laplace:

$$m [p^2 X(p) - px(0) - x'(0)] + b [pX(p) - x(0)] + KX(p) = F(p)$$

Puisque les conditions initiales sont supposées nulles:

$$X(p) [mp^2 X(p) + bp + K] = F(p) \Rightarrow \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{1}{mp^2 + bp + K}$$

$$\frac{X(p)}{F(p)} = \frac{\frac{1}{m}}{p^2 + \frac{b}{m}p + \frac{K}{m}}$$

Ce système peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{X(p)}{F(p)} = \frac{\frac{1}{m}}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}, \quad \text{avec } \omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}, \quad \zeta = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{1}{Km}}$$

**Exemple 3.3.** Considérons le circuit électrique présenté sur la figure 3.3.

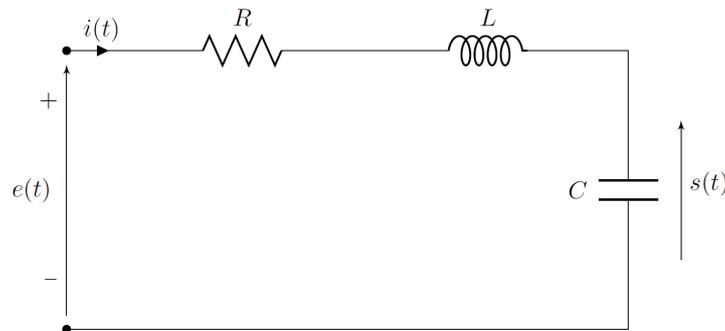


FIGURE 3.3 – Circuit RLC

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

En appliquant la transformée de Laplace

$$E(p) = RI(p) + LpI(p) + \frac{1}{Cp}I(p) = \frac{LCp^2 + RCp + 1}{Cp} \cdot I(p)$$

D'autre part on a

$$s(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \Rightarrow S(p) = \frac{1}{Cp} \cdot I(p)$$

alors

$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{1}{Cp}}{\frac{LCp^2 + RCp + 1}{Cp}} = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1}$$

Ce système peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{1}{LC}}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}, \quad \text{avec } \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

### 3.3.1 Produit de convolution

Pour un système linéaire invariant, la fonction de transfert est donnée par:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} \quad (3.8)$$

avec  $Y(p)$  la transformée de Laplace de la sortie et  $U(p)$  la transformée de Laplace de l'entrée pour des conditions initiales nulles. Alors la sortie du système est donnée par:

$$Y(p) = G(p)U(p) \quad (3.9)$$

Puisque la multiplication dans le domaine fréquentiel est équivalente au produit de convolution dans le domaine temporel, alors la transformée de Laplace inverse de  $Y(p)$  est donnée par l'intégral de convolution suivant:

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_0^t u(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad (3.10)$$

avec  $g(t) = 0$  et  $u(t) = 0$  pour  $t < 0$ .

### 3.3.2 Pôles et zéros

Comme cette fonction est une fraction rationnelle de deux polynômes en  $p$ , il est possible de factoriser ces deux polynômes dans le corps des complexes. On obtient:

$$G(p) = \frac{b_m (p + z_m) (p + z_{m-1}) \cdots (p + z_1)}{(p + p_n) (p + p_{n-1}) \cdots (p + p_1)} \quad (3.11)$$

Les racines  $p = -z_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  qui annulent le numérateur sont appelés les zéros de la fonction de transfert. Les racines  $p = -p_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  qui annulent son dénominateur sont appelés les pôles de la fonction de transfert. Les pôles et les zéros de la fonction de transfert peuvent être complexes ou réels.

### 3.3.3 Gain statique

Soit le système linéaire décrit par la fonction de transfert  $G(p)$ . Alors la sortie est donnée par:

$$Y(p) = G(p)U(p) \quad (3.12)$$

Si l'entrée est un échelon d'amplitude égale à  $A$  alors

$$Y(p) = \frac{A}{p} \cdot G(p) \quad (3.13)$$

Si la limite de  $y(t)$  lorsque  $t \rightarrow \infty$  existe alors en appliquant le théorème de la valeur finale:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pY(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{G(p)}{A} = \frac{G(0)}{A} \quad (3.14)$$

Cette limite est appelée le gain statique du système.

## 3.4 Réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle d'un système linéaire est définie comme la réponse du système lorsque l'entrée est l'impulsion unitaire.

Si l'impulsion unitaire  $\delta(t)$  est appliquée à l'entrée du système alors la sortie est donnée par:

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)u(t - \tau)d\tau = \int_0^t g(\tau)\delta(t - \tau)d\tau = g(t) \quad (3.15)$$

La réponse impulsionnelle d'un système linéaire est égale à la transformée de Laplace inverse de sa fonction de transfert.

## 3.5 Schémas Blocs

Un système peut être constitué d'un grand nombre de composants élémentaires dont la fonction est donnée. Afin de rendre claire et lisible la fonction de chaque composant d'un ensemble complexe, des outils graphiques de modélisation peuvent être utilisés. Chaque type de représentation graphique a son vocabulaire et ses règles de construction et de simplification. Un schéma bloc appelé fonctionnel est souvent utilisé de façon intuitive. Il correspond à une description directe des divers éléments du processus étudié, faisant ou non les diverses relations mathématiques mises en oeuvre.

Le schéma bloc d'un système est une représentation graphique simplifiée d'un processus mettant en évidence les fonctions de chaque composant élémentaire constituant le système ainsi que le flux des signaux utiles.

Un schéma bloc est constitué d'un certains nombre de symboles graphiques:

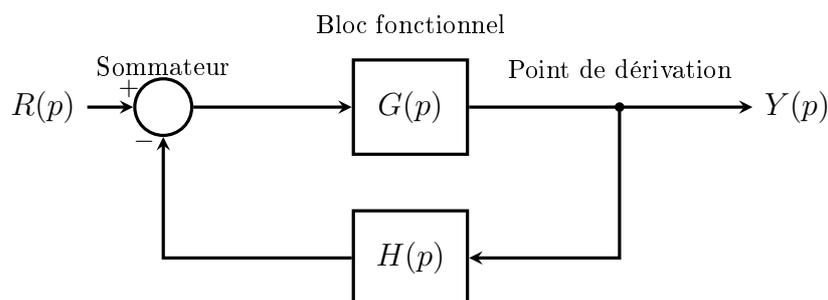
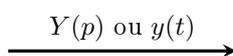


FIGURE 3.4 – Éléments d'un schéma bloc

- **Flèches ou arcs orientées:** Les flèches ou arcs orientés représentent le flux de signaux donnés regroupés dans un vecteur.

FIGURE 3.5 – Flèche ou arc orienté du signal  $Y(p)$ 

- **Bloc fonctionnel ou Élément:** Le bloc fonctionnel est le symbole représentant l'opération mathématique appliquée à l'entrée du bloc et produisant sa sortie. Cette opération mathématique est très souvent mais pas exclusivement représentée par une fonction de transfert. La figure 3.6 représente un bloc fonctionnel associé à une fonction de transfert  $G(p)$ . La sortie est alors  $Y(p) = G(p) \cdot E(p)$ .

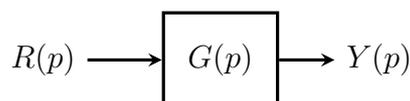


FIGURE 3.6 – Bloc fonctionnel

- **Point de dérivation:** Un point de dérivation correspond à un prélèvement d'information et ne modifie pas la variable.
- **Sommateur ou comparateur:** Le sommateur traduit une relation purement algébrique entre les signaux d'entrée.

### 3.5.1 Blocs en cascade

Un nombre fini de blocs en cascade (en série) peuvent être combinés par la multiplication des fonctions de transfert. Alors,  $n$  éléments ou blocs ayant des fonctions de transfert  $G_1, G_2, \dots, G_n$  connectés en cascade sont équivalents à un élément  $G$  avec une fonction de transfert donnée par:

$$G = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdots G_n = \prod_{i=1}^n G_i \quad (3.16)$$

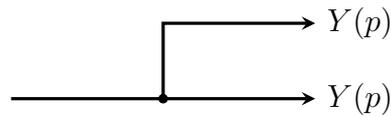


FIGURE 3.7 – Point de dérivation

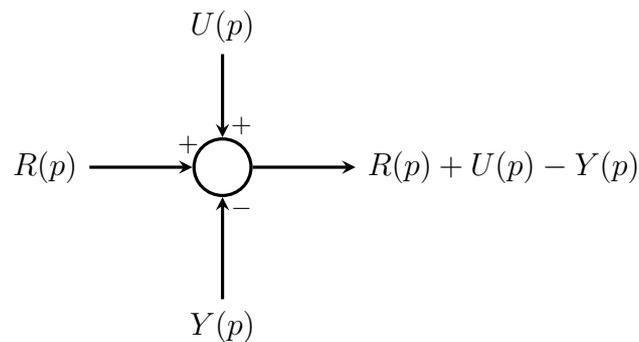


FIGURE 3.8 – Sommateur ou comparateur

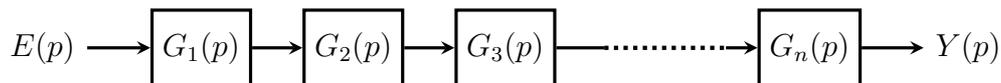


FIGURE 3.9 – Blocs en cascade

### 3.5.2 Blocs en parallèle

Un nombre fini de blocs en parallèle peuvent être combinés par la somme des fonctions de transfert. Alors,  $n$  éléments ou blocs ayant des fonctions de transfert  $G_1, G_2, \dots, G_n$  connectés en parallèle sont équivalents à un élément  $G$  avec une fonction de transfert donnée par :

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n = \sum_{i=1}^n G_i \quad (3.17)$$

### 3.5.3 Boucle fermée

$$Y(p) = G(p)\varepsilon(p) \quad (3.18)$$

Or

$$\varepsilon(p) = R(p) - Z(p) = R(p) - H(p)Y(p) \quad (3.19)$$

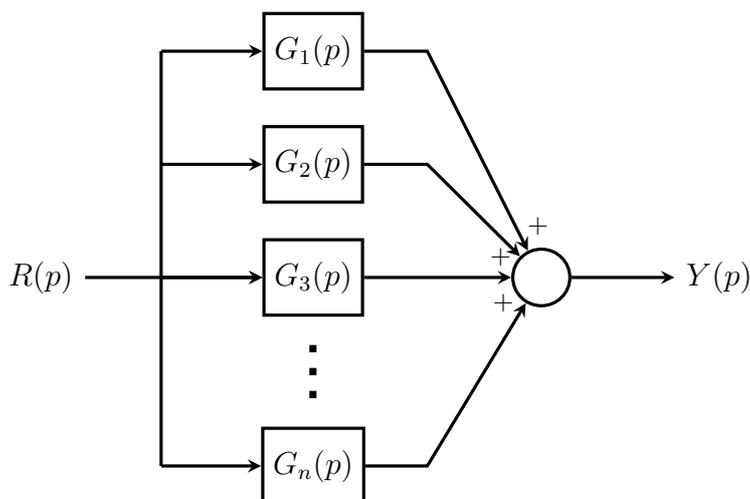


FIGURE 3.10 – Blocs en parallèle

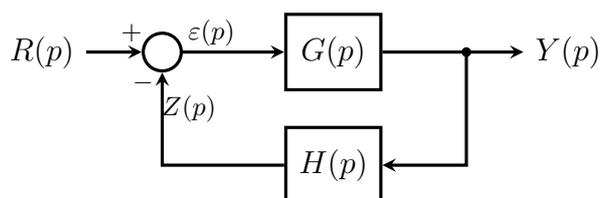


FIGURE 3.11 – Boucle fermée

d'où

$$Y(p) = G(p)[R(p) - H(p)Y(p)] \Rightarrow Y(p)[1 + G(p)H(p)] = R(p)G(p) \quad (3.20)$$

Alors la fonction de transfert est:

$$\frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)} \quad (3.21)$$

L'équation caractéristique du système est:

$$1 + G(p)H(p) = 0 \quad (3.22)$$

Pour une boucle unitaire on a  $H(p) = 1$  alors la fonction de transfert en boucle fermée pour un retour unitaire est:

$$\frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)H(p)} \quad (3.23)$$

Il est toujours possible d'amener un système à retour non unitaire à un système à retour unitaire.

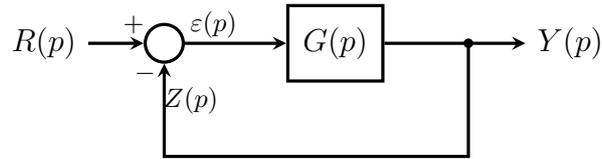


FIGURE 3.12 – retour unitaire

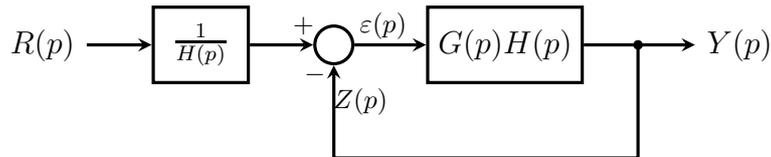


FIGURE 3.13 – Système à retour unitaire

Le système à retour non unitaire représenté par la figure 3.11 est équivalent au système à retour unitaire représenté par la figure 3.13.

Pour une boucle avec retour positif, figure la fonction de transfert est:

$$\frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{G(p)}{1 - G(p)H(p)} \quad (3.24)$$

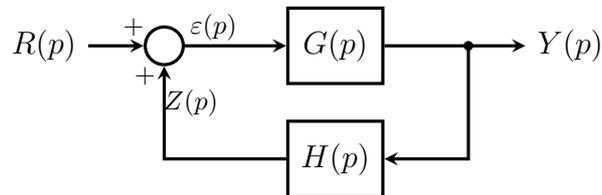


FIGURE 3.14 – Boucle fermée

### 3.5.4 Simplification des schémas blocs

Les schémas blocs des systèmes de commande complexes peuvent être simplifiés en utilisant des transformations simples.

Les étapes suivantes peuvent être utilisées comme une approche de base pour la réduction des schémas blocs complexes. Dans chaque étape on utilise les transformations spécifiques données par le tableau 3.1.

- **Étape 1:** Combiner tous les blocs en cascade en utilisant la transformation 1.
- **Étape 2:** Combiner tous les blocs en parallèle en utilisant la transformation 2.

Transformation	Original	Nouveau
1. Association d'éléments en cascade		
2. Association d'éléments en parallèle		
3. Élimination d'une boucle de retour		
4. Déplacement d'un point de dérivation en amont d'un élément		
5. Déplacement d'un point de dérivation en aval d'un élément		
6. Déplacement d'un comparteur en amont d'un élément		
7. Déplacement d'un comparteur en aval d'un élément		

TABLE 3.1 – Transformations de base.

- **Étape 3:** Éliminer les boucles de retour en utilisant la transformation 3.
- **Étape 4:** Décaler les points de sommation et les points de branchement en utilisant les transformations 4, 5, 6 et 7.
- **Étape 5:** Répéter les étapes 1 à 4 jusqu'à l'obtention de la forme canonique pour un signal d'entrée particulier.
- **Étape 6:** Répéter les étapes 1 à 5 pour chaque entrée si nécessaire.

**Exemple 3.4.** Le schéma électrique équivalent d'un moteur à courant continu peut être représenté par la figure 3.15.

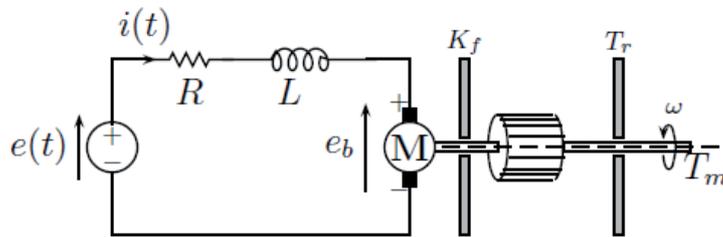


FIGURE 3.15 – Schéma électrique équivalent du moteur

$e(t)$  est la tension aux bornes de l'induit,  $i(t)$  est le courant dans l'induit,  $R$  la résistance de l'induit,  $L$  l'inductance de l'induit,  $e_b(t)$  est la force électromotrice.

On suppose que la force électromotrice  $e_b(t)$  est proportionnelle à la vitesse de rotation:

$$e_b(t) = K_b \omega(t) \quad (3.25)$$

Le couple  $T_m(t)$  produit par le moteur est proportionnel au courant  $i(t)$ :

$$T_m(t) = K_T i(t) \quad (3.26)$$

Le mouvement de l'arbre du moteur peut être décrit par l'équation suivante:

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - K_f \omega - T_r \quad (3.27)$$

ou  $J$  est le moment d'inertie ramené sur l'arbre du moteur,  $K_f$  est le coefficient des frottements visqueux et  $T_r$  le couple résistant causé par la charge.

En appliquant la transformée de Laplace avec des valeurs initiales nulles:

$$Jp\Omega(p) = T_m - K_f\Omega(p) - T_r \Rightarrow (Jp + K_f)\Omega(p) = K_T I(p) - T_r \quad (3.28)$$

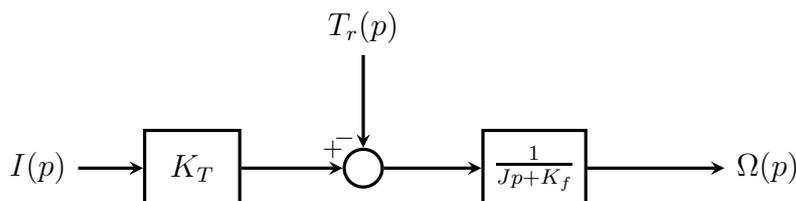


FIGURE 3.16 – Schéma bloc de la partie mécanique du moteur

alors

$$\Omega(p) = \frac{1}{Jp + K_f} \cdot [K_T I(p) - T_r] \quad (3.29)$$

Le schéma bloc de la partie mécanique est représenté par la figure 3.16 L'équation électrique du moteur donne

$$e(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + e_b(t) \Rightarrow e(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + K_b \omega(t) \quad (3.30)$$

En appliquant la transformée de Laplace pour des conditions initiales nulles:

$$E(p) = (Lp + R)I(p) + K_b \Omega(p) \Rightarrow I(p) = \frac{1}{Lp + R} \cdot [E(p) - K_b \Omega(p)] \quad (3.31)$$

Le schéma bloc de la partie électrique est représenté par la figure 3.17 Le schéma bloc

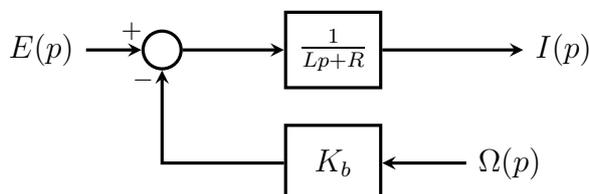


FIGURE 3.17 – Schéma bloc de la partie électrique du moteur

du moteur s'obtient en assemblant le schéma bloc de la partie électrique représenté par la figure 3.17 et le schéma bloc de la partie mécanique représenté par la figure 3.16. Le schéma bloc complet est représenté par la figure 3.18.

**Exemple 3.5.** Soit le système représenté par le schéma bloc de la figure 3.19:

### 3.5.5 Entrées multiples

Dans le cas d'un système possédant plusieurs entrées, on applique le principe de superposition pour déterminer la fonction du transfert du système. Chaque entrée est traitée indépendamment des autres considérées comme nulles.

La sortie du système est obtenue en suivant les étapes suivantes:

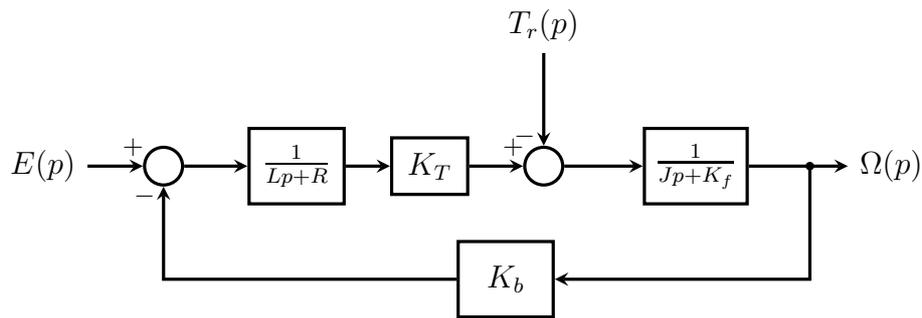


FIGURE 3.18 – Schéma bloc du moteur

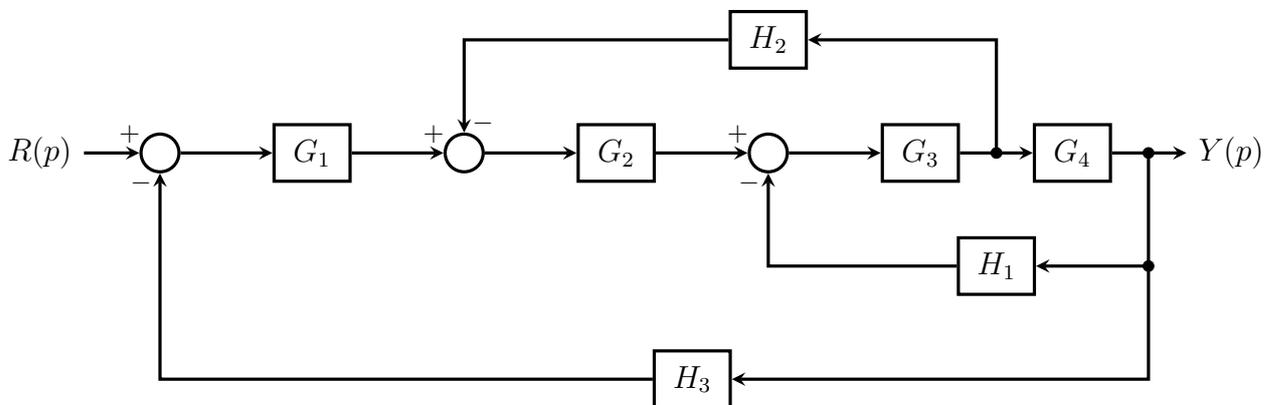


FIGURE 3.19 – Schéma bloc

1. Mettre toutes les entrées à zéro sauf une.
2. Transformer le schéma bloc à une forme canonique en utilisant les transformations.
3. Calculer la réponse résultante de la sortie choisie agissant seule.
4. Répéter les étapes 1 à 3 pour les autres entrées.
5. Additionner toutes les réponses déterminées aux étapes 1 à 4. Cette somme est la sortie totale du système correspondant à toutes les entrées actives simultanément.

**Exemple 3.6.** Soit le système représenté par la figure 3.21, déterminer l'expression de la sortie du système  $Y(p)$  en fonction des entrées  $E(p)$  et  $T(p)$ . En appliquant le principe de superposition:

$$Y(p) = G_1(p)C(p) + G_2(p)T(p) \quad (3.32)$$

avec

$$G_1(p) = \left. \frac{Y(p)}{C(p)} \right|_{T(p)=0} \quad (3.33)$$

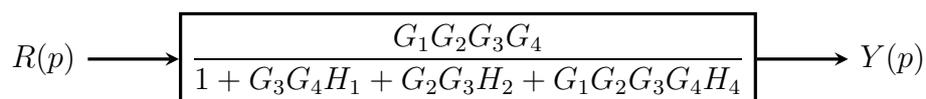
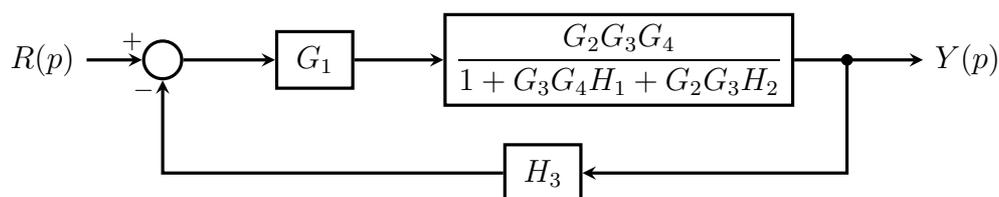
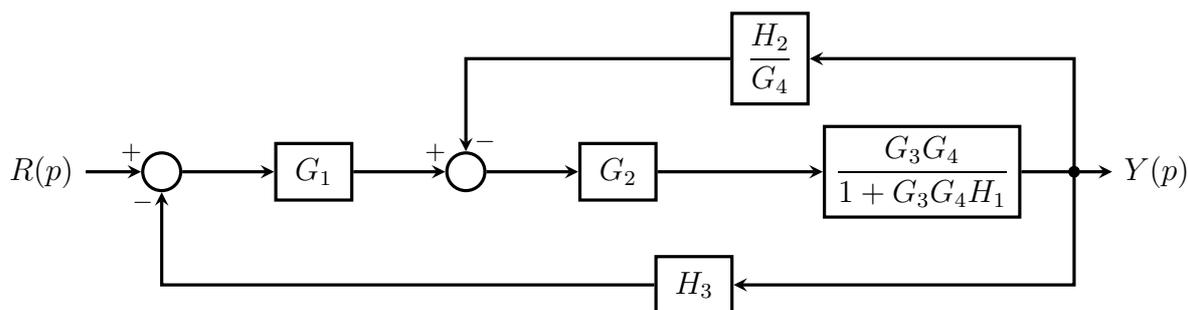
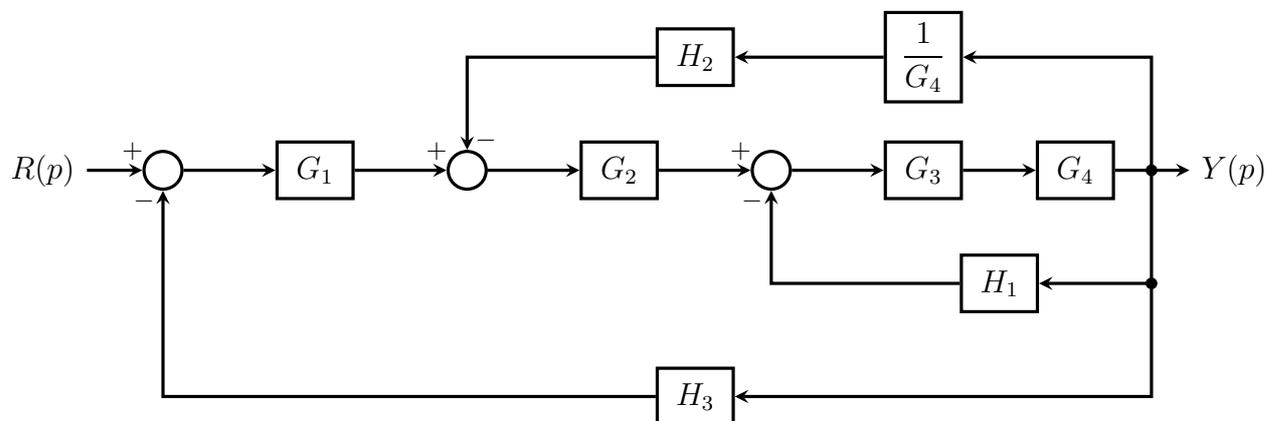


FIGURE 3.20 – Étapes de la procédure de réduction du schéma bloc

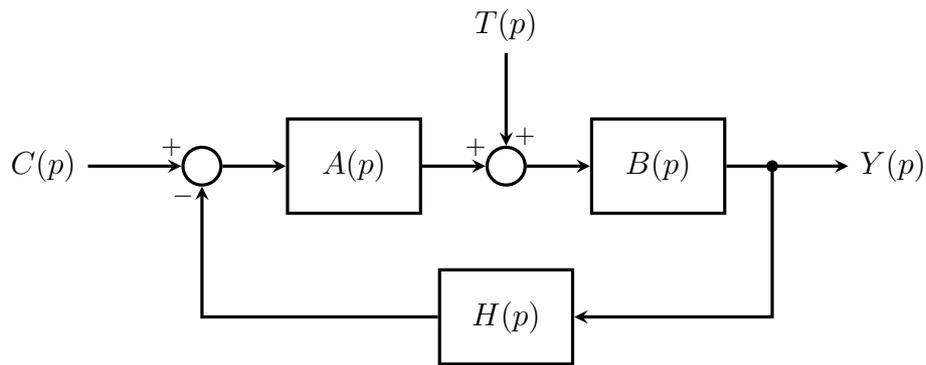
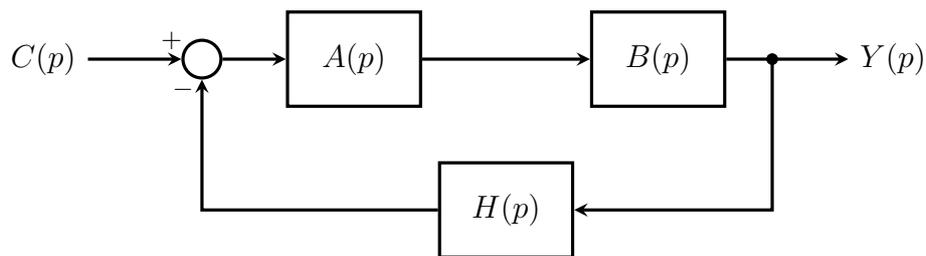


FIGURE 3.21 – Schéma bloc

et

$$G_2(p) = \left. \frac{Y(p)}{T(p)} \right|_{C(p)=0} \quad (3.34)$$

FIGURE 3.22 – Schéma bloc pour  $T(p) = 0$ 

$$G_1(p) = \left. \frac{Y(p)}{C(p)} \right|_{T(p)=0} = \frac{A(p)B(p)}{1 + A(p)B(p)H(p)} \quad (3.35)$$

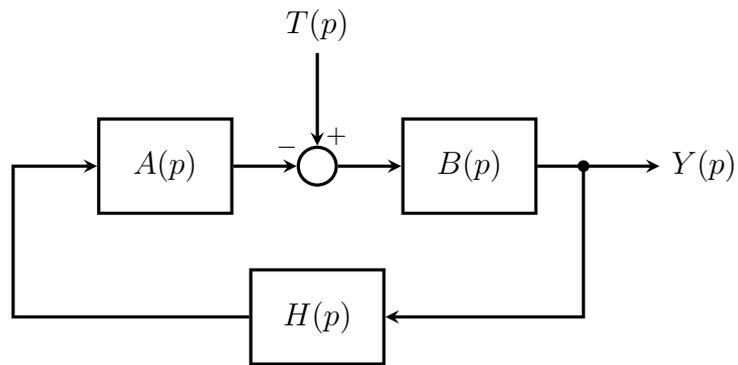
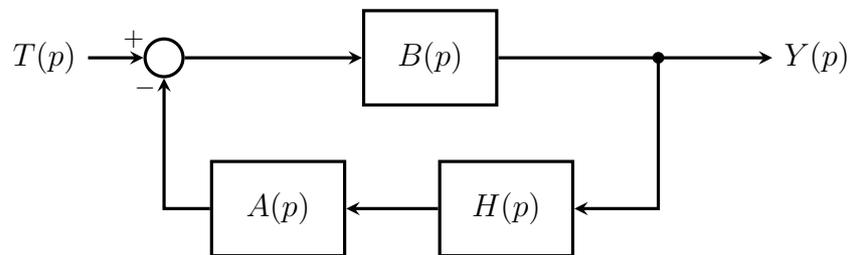
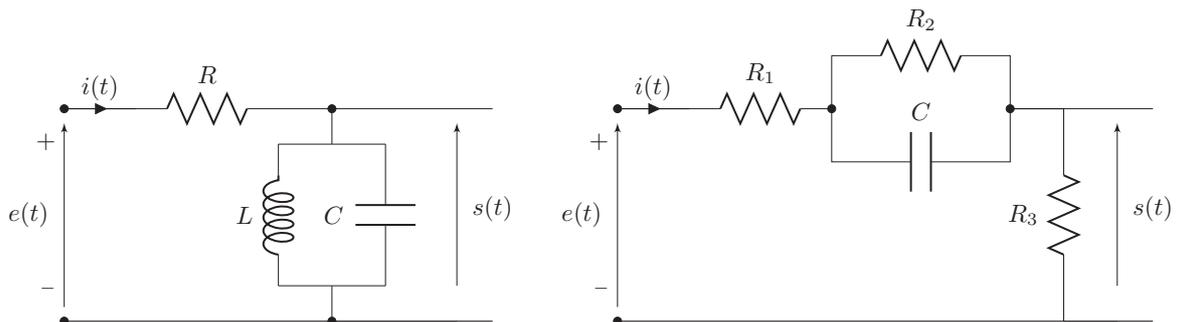
$$G_2(p) = \left. \frac{Y(p)}{T(p)} \right|_{C(p)=0} = \frac{B(p)}{1 + A(p)B(p)H(p)} \quad (3.36)$$

Alors

$$Y(p) = \frac{A(p)B(p)}{1 + A(p)B(p)H(p)}C(p) + \frac{B(p)}{1 + A(p)B(p)H(p)}T(p) \quad (3.37)$$

## 3.6 Exercices

**Exercice 3.1.** Déterminer la fonction de transfert pour les circuits électriques suivants:

FIGURE 3.23 – Schéma bloc  $C(p) = 0$ FIGURE 3.24 – Schéma bloc  $C(p) = 0$ 

**Exercice 3.2.** Soit les systèmes représentés par les figures suivantes:

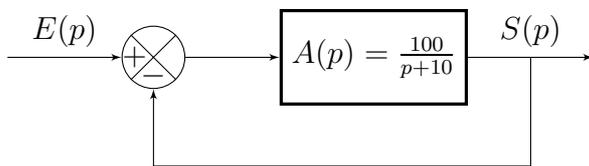


Figure 1

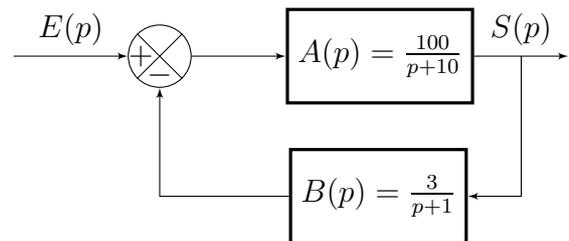
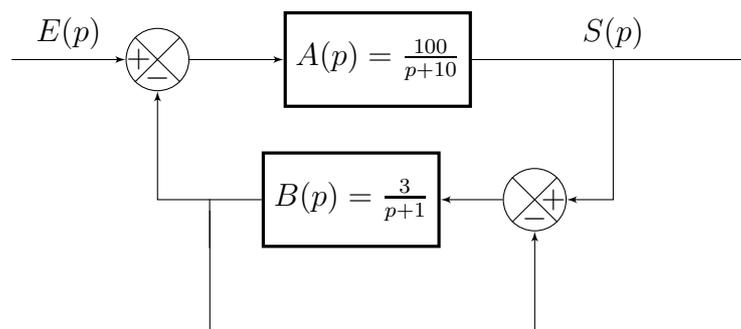


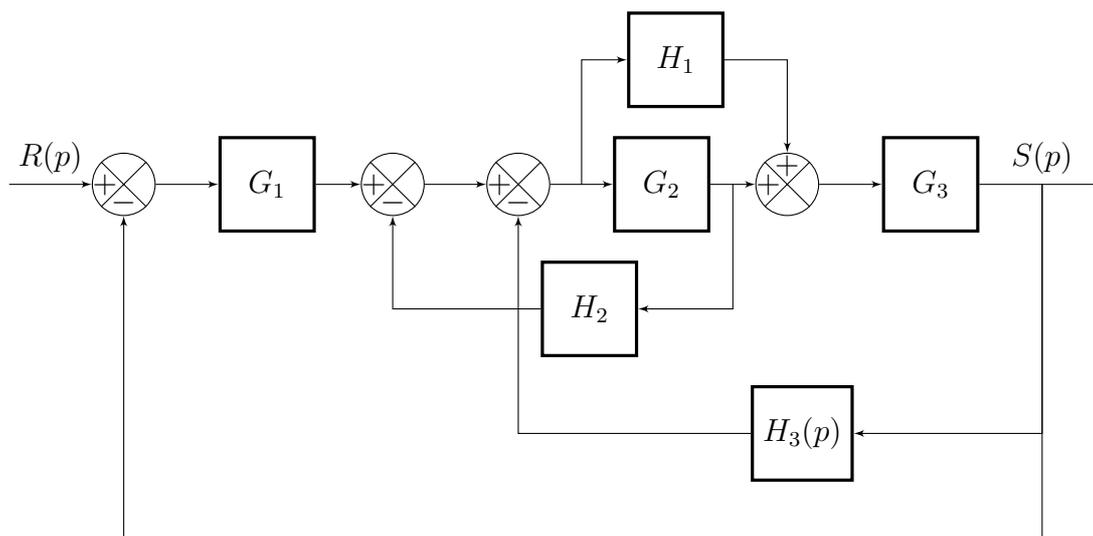
Figure 2

1. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte pour les deux systèmes.
2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée pour les deux systèmes.
3. Démontrer que le système représenté sur la figure 2 est équivalent à un système avec un retour unitaire.

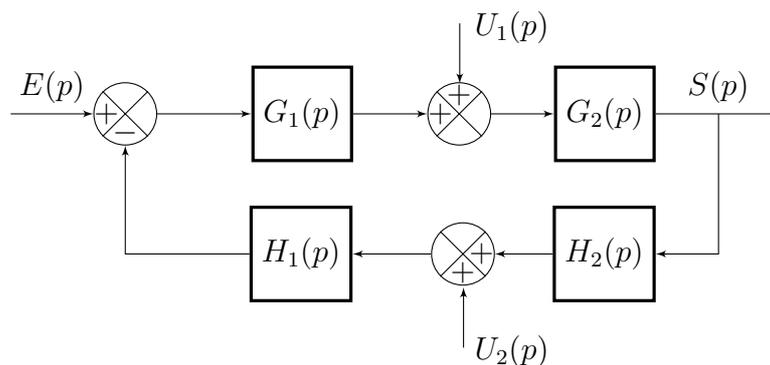
**Exercice 3.3.** Déterminer la fonction de transfert du système suivant:



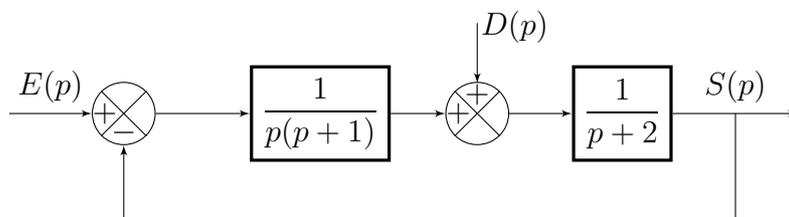
**Exercice 3.4.** Déterminer la fonction de transfert du système représenté par le schéma bloc suivant:



**Exercice 3.5.** Déterminer la fonction de transfert du système suivant:



**Exercice 3.6.** Soit le système représenté par le schéma bloc suivant:



1. Déterminer l'expression de l'erreur de l'état stationnaire du système.
2. Calculer l'erreur de l'état stationnaire pour une entrée en échelon unitaire et une perturbation égale à un échelon d'amplitude 0.2.

3. Calculer l'erreur de l'état stationnaire pour une entrée en rampe unitaire et une perturbation égale à une rampe d'amplitude 0.2.
-