

T.D. 1: Interpolation polynomiale

Exercice n⁰ 01: Les valeurs de la fonction $f(x) = \sin x + \cos x$ aux points $x_i, i = 0, 1, 2$ sont données par le tableau suivant:

x	10°	20°	30°
$f(x)$	1.1585	1.2817	1.3660

- Déterminer le polynôme d'interpolation de Lagrange de la fonction $f(x)$.
- Calculer la valeur approchée de $f(\frac{\pi}{12})$, comparer entre la valeur exacte et la valeur approchée.

Exercice n⁰ 02: La mesure de la tension aux bornes d'un dipôle a donné les valeurs suivantes:

$t [s]$	0	3	4
$U [V]$	-0.8	4.0	0.0

On suppose que cette tension varie suffisamment lentement pour qu'on puisse l'approximer par un polynôme de faible degré. Estimez à partir de ces données l'instant \hat{t} où la tension devrait atteindre son maximum, ainsi que la valeur \hat{U} de ce maximum

Exercice n⁰ 03: On considère la fonction $f(x) = e^{-\frac{x}{10}}$ définie sur l'intervalle $[1, 4]$ par la table de valeurs:

x	1	2	3	4
$f(x)$	0,905	0,819	0,741	0,670

- Calculer à l'aide de la méthode d'interpolation de Newton valeur de $f(1,5)$.
 - Obtenir une approximation de l'erreur commise si $|f^{(4)}(x)| \leq 10^{-2}$.
- Déterminer le polynôme d'interpolation de degré 3 passant par les points si dessus par la formule de Lagrange.

Exercice n⁰ 04: Obtenir une approximation de $f(4,5)$ en utilisant un polynôme de degré 2 ainsi que les données suivantes:

x	1,0	2,0	3,5	5,0	7,0
$f(x)$	0,0000	0,6931	1,2528	1,6094	1,9459

- Utiliser la méthode de Newton et un polynôme de degré 2. Donner l'expression analytique du terme d'erreur.
- Répondre à la question posé en a), mais en utilisant cette fois la méthode de Lagrange.
- Obtenir une approximation de l'erreur commise en a)
- Est- ce possible d'obtenir une approximation de l'erreur commise en b)? Quelles différences présentent ces deux méthodes?